

I-201 円柱周囲流の差分計算におけるスキーム、境界条件および計算格子の検討

北九州高専 正員 中山龍三 九大応力研 正員 大屋裕二

1. まえがき

円柱周りの流れを対象としたNavier-Stokes方程式の差分計算に関して、対流項に中心差分および4種類の高次風上差分(Kawamura-Kuwahara法(K-Kと略す)¹⁾, $\alpha=2/3$ 法, UTOPIA法²⁾, QUICK法³⁾)を適用し、広範囲のレイノルズ数で計算結果を比較検討した。ここで $\alpha=2/3$ 法とは打ち切り誤差の主要項である4階微分項の係数がK-KとUTOPIAの中間の値を持つ3次精度風上差分をさす。また計算結果の格子依存性(格子A: 81×81 , 格子B: 101×101 の2種類の格子を使用), 境界条件依存性(境界条件Aは遠方境界において下流域に流出条件 $\partial v / \partial x = 0$, $\partial p / \partial x = 0$ を適用し、それ以外では速度は一樣流、圧力は $p=0$ とした。境界条件Bは遠方境界全域を一樣流とし、圧力は1次外挿で与えた)についても検討を行った。

2. 計算方法

円柱周りの流れについて、図1に示すような物体適合格子をThompsonらの手法を用いて生成した。格子Aの場合、半径方向の最小間隔は $\Delta r_{\min} = 5.8 \times 10^{-3}$ となり $Re=2000$ で境界層内に4メッシュ、格子Bの場合、 $\Delta r_{\min} = 1.9 \times 10^{-3}$ となり $Re=2 \times 10^4$ で約4メッシュ境界層内に含まれる。下流境界は $15d$ (格子A)と $22d$ (格子B)に設定している。変数として u, v, p の原始変数を用い、計算手法はMAC法に基づく。対流項は上記5種類のスキームを用い、他の空間項は中心差分とした。時間積分はEulerの1次精度陰的解法を採用し時間きざみは $\Delta t = 10^{-2}$ である。圧力に関するPoisson方程式および時間積分の陰的解法はともにSOR法を用いた。境界条件は物体表面no-slip, 遠方境界は上記の通りである。計算したレイノルズ数は $Re=2 \times 10^3 \sim 2 \times 10^4$ である。

3. 計算結果

3-1. $Re=2000$ での結果(格子A, 境界条件Aを使用): 図2にフローパターンを示す。中心差分は発散して計算不可能となり、UTOPIAは円柱下流の一部に解の空間的振動が発生した。その他のスキームは安定したフローパターンを示した。抗力係数 C_D は表1に示すように実験値よりかなり大きな値となったが、これはレイノルズ数が高くなると実際の流れでは3次元性が顕著になってくるためと考えられる⁴⁾。

3-2. $Re=5000 \sim 20000$ の計算結果(格子B, 境界条件Aを使用): $Re=5000$ から 2×10^4 の範囲でK-K, UTOPIA, QUICKの3種のスキームを比較した。図3にフローパターンを示す(ただしK-K, UTOPIAは $Re=2 \times 10^4$, QUICKは $Re=15000$)。QUICK, UTOPIAについて $Re \geq 5000$ ではかなり不安定な計算となり、フローパターンも図3に見られるように乱れている。K-Kのみ安定に計算可能であった。QUICKは $Re=2 \times 10^4$ で発散し、UTOPIAは $Re=2 \times 10^4$ まで一応計算可能であったが $Re=15000$ で解の空間的振動が発生した。図4には $Re=5000$ から 20000 までの C_D 、 C_L 時間変動を連続的に描いている。K-Kが最も安定な変動をしていることがわかる。表2にはK-Kの結果について C_D 値、ストローハル数 St をまとめている(格子Aの結果については次節で説明する)。両者ともやはり実験値よりかなり大きな値を示す。

3-3. 計算格子の解像度の影響: k-kを用いて格子解像度の影響を調べた。粗い格子Aでも $Re=2 \times 10^4$ まで安定に計算可能であった。これら両格子による C_D 、 St の値を表2に比較している。これによると $Re=10^4$ までは格子の違いによる C_D の差は特に生じない。 $Re=10^4$ を越えると粗い格子Aの C_D 値が格子Bの C_D 値より低くなり、格子Aでは高レイノルズ数での解像度不足が明瞭である。一方 St 数は両格子の間ではほとんど差が現れていないのが特徴である。

3-4. 境界条件の影響: $Re=2000$ に関しK-Kを用いて境界条件Bで計算した結果を表1に示している。境界条件の設定の違いによる差はほとんど見られない。本計算のように下流境界を十分遠方にとれば少なくとも物体周囲近傍での流れの状況は遠方境界条件の影響を受けないと言える。

4. まとめ

円柱周囲流の差分計算に関して対流項に中心差分および数種類の高次風上差分を適用し比較検討した。 $Re=2000$ の結果では中心差分を除きほとんど差異がなかった。より高い Re 数で比較した結果、計算の安定性では最も打ち切り誤差が大きいK-K法がやはり最も優れていた。解の精度については、本計算の格子ではまだ格子点数が不足していると思われるが、もっと境界層および物体近傍に格子の解像度十分をもたせればK-K法でも高 Re 数で満足な結果が期待できる。

参考文献

- 1) Kawamura, T & Kuwahara, K: AIAA 84-0340(1984)
- 2) Leonard, B. P.: Comp. Tech. in Transient & Turbulent Flow, Vol. 2 Pineridge Press(1981).
- 3) Leonard, B. P.: Comp. Meth. Appl. Mech. & Eng., North-Holland, 19(1979).
- 4) 白山 普: 第4回数値流体シンポジウム論文集(1990)

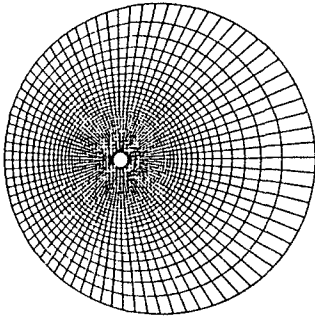


図1. 計算格子A (81×81)

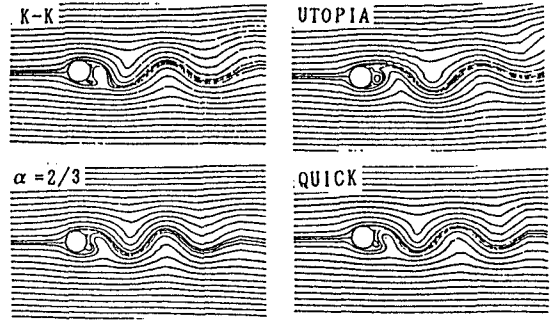


図2. $Re=2000$ での流線図(境界条件A, 格子A)

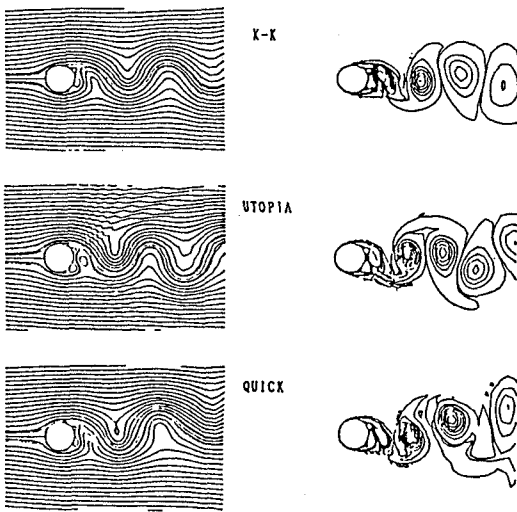


図3. $Re=2 \times 10^4$ での流線図(左)および等温度線図(右)
(QUICKのみ $Re=15000$) (境界条件A, 格子B)

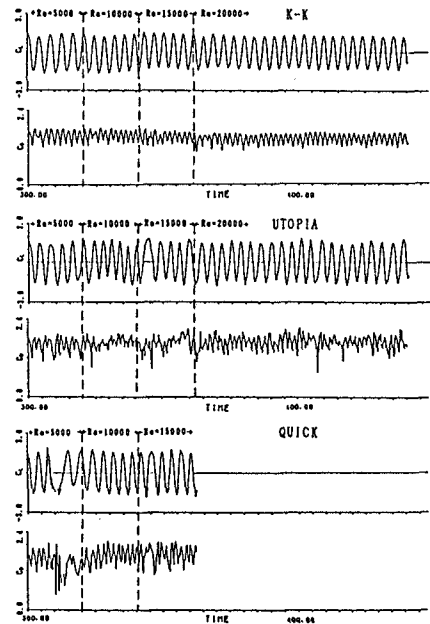


図4. $Re=5000 \sim 20000$ での C_D (下)
 C_L (上)の時間変動波形

境界条件	スキーム	C_D	S_1	C_L 振幅
境界条件A (下流域流出条件)	K-K	1.53	0.242	1.44
	$\alpha=2/3$	1.54	0.246	1.43
	UTOPIA	1.55	0.246	1.48
	QUICK	1.56	0.250	1.47
境界条件B (全遠方域一様流)	K-K	1.55	0.246	1.47
実験値		0.90 ~1.0	0.19 ~0.23	

表1. $Re=2000$ における各スキームでの
円柱空力係数、格子A

レイノルズ数	C_D			S_1		
	格子A 81x81	格子B 101x101	実験値	格子A 81x81	格子B 101x101	実験値
2000	1.53	1.50	0.90~1.0	0.242	0.227	0.19~0.23
5000	1.58	1.52	1.0~1.10	0.244	0.249	0.19~0.22
10000	1.52	1.53	1.15~1.20	0.263	0.268	0.18~0.21
15000	1.32	1.48	1.20	0.270	0.270	0.18~0.20
20000	1.22	1.41	1.20	0.270	0.272	0.17~0.21

表2. K-Kスキームでの円柱空力係数の
レイノルズ数変化および格子依存性