

I-156

## コンクリートの軟化を考慮した 鋼・コンクリート合成部材の繰り返し弾塑性曲げ解析

建設省 正員○藤巻浩之 京都大学工学部 正員 古田 均  
京都大学工学部 正員 杉浦邦征 京都大学工学部 正員 渡邊英一

### 1. 序論

近年、コンクリート最大耐荷点以降のいわゆる軟化域が注目を集めている。本論文においては、遷移関数を導入することにより、軟化域を含むコンクリートの一軸構成式を構築することを試みた。さらに有限要素法を用いて、鋼とコンクリートから成る合成部材の繰り返し弾塑性曲げ解析を行った。

### 2. 構成式の定式化

コンクリートの損傷過程を表すのに、図-1に示すようなひずみと繰り返し数を変数とする遷移関数を用いる。コンクリートを構成する各要素は、当初全てが健全なA<sub>1</sub>要素であり、それがひずみの進行と共にA<sub>2</sub>要素へと遷移し、さらに繰り返し数の増加と共にA<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>両要素がB要素へと遷移するものとする。3要素の1軸力学特性は図-2に示す通りであり、A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>要素については降伏前(状態1)、降伏後・破壊前(状態2)・破壊後(状態3)の3つの状態を考えた。

#### (a) 単純載荷時包絡線の定式化

A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>要素間の遷移のみ考慮する。まず、A<sub>1</sub>要素自身がひずみεのみを変数とする不可逆遷移関数

$$\lambda_{12}(\varepsilon) = a_{12} b_{12} \varepsilon^{b_{12}-1} \quad [1]$$

$$\lambda_{23}(\varepsilon) = a_{23} b_{23} \varepsilon^{b_{23}-1} \quad [2]$$

に従い、状態1から状態2・状態2から状態3へと遷移するものとする。ここで、A<sub>1</sub>要素が状態1、2、3にある確率をP<sub>a1</sub>、Q<sub>a1</sub>、R<sub>a1</sub>とする。以下の微分方程式

$$dP_{a1}/d\varepsilon = -\lambda_{12} \cdot P_{a1} \quad [3]$$

$$dQ_{a1}/d\varepsilon = -\lambda_{23} \cdot Q_{a1} + \lambda_{12} \cdot P_{a1} \quad [4]$$

が導かれ、これを解くことにより各状態の確率

$$P_{a1}(\varepsilon) = \exp(-a_{12} \varepsilon^{b_{12}}) \quad [5]$$

$$Q_{a1}(\varepsilon) = a_{12} b_{12} \exp(-a_{23} \varepsilon^{b_{23}}) \quad [6]$$

$$R_{a1}(\varepsilon) = 1 - P_{a1}(\varepsilon) - Q_{a1}(\varepsilon) \quad [7]$$

が得られる。A<sub>2</sub>要素についても全く同様である。

さらに、図-1中の遷移関数[8]によるA<sub>1</sub>A<sub>2</sub>間の遷移により、コンクリートを構成する各要素がA<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>各々にとどまる確率P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub>が次のように得られる。

$$P_1(\varepsilon) = \exp(-a_a \varepsilon^{b_a}) \quad [9], \quad P_2(\varepsilon) = 1 - P_1(\varepsilon) \quad [10]$$

以上より、A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>要素から成る系全体として負担する応力を求め、最大圧縮応力度ならびにその時のひずみ度で無次元化を行うと、単純圧縮時包絡線式

$$\eta = \exp(-a \xi^b) [(\xi + \xi_{y1} a \xi^b) \exp(-a \xi^b) + \alpha \cdot (1 - \exp(-a \xi^b)) (\xi - \xi_{y1} + (\xi_{y2} - \xi_{y1}) a \xi^b)],$$

$$\eta = \sigma / \sigma_0, \xi = \varepsilon / \varepsilon_0, \xi_{y1} = \varepsilon_{y1} / \varepsilon_0, \xi_{y2} = \varepsilon_{y2} / \varepsilon_0 \quad [11]$$

が求まる。但し、遷移パラメータを一定値a=a<sub>12</sub>=a<sub>23</sub>=a<sub>a</sub>、b=b<sub>12</sub>=b<sub>23</sub>=b<sub>a</sub>とした。式[11]は

$$\eta(\xi=1)=1, \frac{d\eta}{d\xi}(\xi=1)=0 \quad [12]$$

を満足しなければならないので、b、ξ<sub>y1</sub>、ξ<sub>y2</sub>を決定することにより、他のパラメータa、Eが決定できる。  
(b) 繰り返し時の定式化

A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>要素間遷移に加え、図-1中の繰り返し数nを変数とする遷移関数[13]・[14]によるB要素への遷移も関与する。定式化においては下の仮定を用いる。

- ・ひずみεと繰り返し数nは独立な変数。
- ・第2相対特異点(-ξ<sub>y2</sub>, -η<sub>y2</sub>)がひずみの可逆限。
- ・除荷中には各要素間遷移は全く行われず、除荷点における遷移状態が除荷の終了まで保存される。
- ・塑性ひずみ点近傍では、除荷曲線の傾きはゼロ。
- ・(n-1)回繰り返し載荷と過去の履歴により、各要

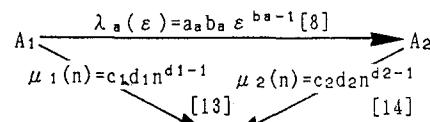


図-1 3要素間の遷移

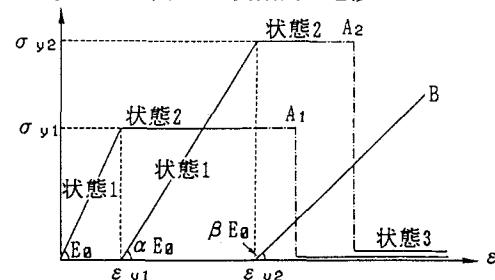


図-2 3要素の一軸力学特性

素間遷移が行われた後、系全体が改めて単純載荷を受けた時の曲線として、n回目繰り返し時の再載荷曲線を定義する。

よって3つの各要素にとどまる確率 $\phi_{a1}, \phi_{a2}, \phi_b$ は、簡単のため $c=c_1=c_2, d=d_1=d_2$ とし、式[3][4]同様に微分方程式を解くことにより求められる。

$$\phi_{a1}(\varepsilon, n) = \phi_{a11}(\varepsilon) \phi_{a12}(n) \quad [15]$$

$$\phi_{a11}(\varepsilon) = \exp(-a\varepsilon^b), \phi_{a12}(n) = \exp(-cn^d)$$

$$\phi_{a2}(\varepsilon, n) = \phi_{a21}(\varepsilon) \phi_{a22}(n) \quad [16]$$

$$\phi_{a21}(\varepsilon) = 1 - \phi_{a11}(\varepsilon), \phi_{a22}(n) = \exp(-cn^d)$$

$$\phi_b(\varepsilon, n) = 1 - \phi_{a1}(\varepsilon, n) - \phi_{a2}(\varepsilon, n) \quad [17]$$

前掲の仮定と式[15]～[17]より、

・塑性ひずみ度  $\xi_p(n) = \xi_r(n)$ 。

$$\{1 - \phi_{a1}(\xi_r(n), n) - \phi_{a2}(\xi_r(n), n)\} \quad [18]$$

・除荷曲線  $\eta = \eta_r(n) - E\bar{\xi}_1 \exp(-a\bar{\xi}_1^b)$ 。

$$\{(1-\alpha) \exp(-a\bar{\xi}_1^b) + \alpha\} \quad [19]$$

・再載荷曲線  $\eta = E[\phi_{a1}\bar{\xi}_3\rho_{a1} + (\phi_{a1}\xi_{y1} +$

$$\alpha\phi_{a2}(\bar{\xi}_3 - \xi_{y1})]\rho_{a2} + (\phi_{a1}\xi_{y1} + \alpha\phi_{a2}$$

$$(\xi_{y2} - \xi_{y1}) + \beta\phi_b(\bar{\xi}_3 - \xi_{y2})\rho_b] \quad [20]$$

$\xi_r(n), \eta_r(n)$ :除荷時ひずみ度と応力度

$$\dot{\eta} = \eta_r(n)/[\bar{\xi}_2 \exp(-a\bar{\xi}_2^b)]$$

$$\{(1-\alpha) \exp(-a\bar{\xi}_2^b) + \alpha\} \quad [21]$$

$$\bar{\xi}_1 = \xi_r(n) - \xi \quad [22], \quad \bar{\xi}_2 = \xi_r(n) - \xi_p(n) \quad [23]$$

$$\bar{\xi}_3 = \xi - \xi_p(n-1) \quad [24], \quad \rho_{a1} = \exp(-a\bar{\xi}_3^b) \quad [25]$$

$$\rho_{a2} = a\bar{\xi}_3^b \exp(-a\bar{\xi}_3^b) \quad [26]$$

$$\rho_b = 1 - \rho_{a1} - \rho_{a2} \quad [27]$$

コンクリートの引張域力学特性は引張限界までは弾性体、それ以降は1/3モデル<sup>1)</sup>を用い、トリリニアとした。鋼材は全て完全弾塑性体として取り扱う。

### 3. 数値解析例

まず、Scavuzzoらによる実験結果<sup>2)</sup>との照査を行った結果を図-3に示す。実験結果との最小二乗法により $b=0.92, c=0.06, d=0.6$ と決定し、他のパラメータは $\xi_{y1}=0.25, \xi_{y2}=0.5, \alpha=\beta=0.5$ と設定した。

さらに、片持ちばかりの繰り返し弾塑性曲げ解析を行った。6つのモデルタイプの概要を図-4に、タイプ別の韌性率 $\phi_{y2}/\phi_{y1}$ を表-1に示す。ここで、 $\phi_{y1}, \phi_{y2}$ はM-φ包絡線上昇・下降域それぞれにおいて、 $M_y$ に最初に達したときの相対曲率として定義した。

表-1 タイプ別の韌性率

タイプ	1	2	3	4	5	6
韌性率	2.03	1.86	2.67	2.23	2.53	1.16

### 4. 結論

遷移関数によるコンクリートの定式化は良好な結果が得られた。繰り返し曲げ解析においては、鋼薄肉皮膜装着による強度・韌性の向上が見られた。

<参考文献>

- 六郷・内田・小柳:コンクリートの引張軟化特性と試験法、構造工学論文集Vol.36A, pp325-334, 1990.3.
- Scavuzzo, R. et al.: Stress Strain Curves for Concrete under Multiaxial Load Histories, Dep. of Civil, Environmental, and Architectural Engineering Univ. of Colorado, Boulder, 1983.

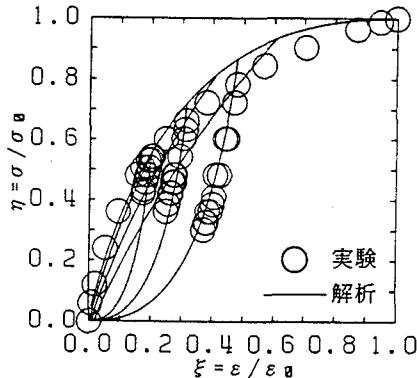


図-3 実験との照査

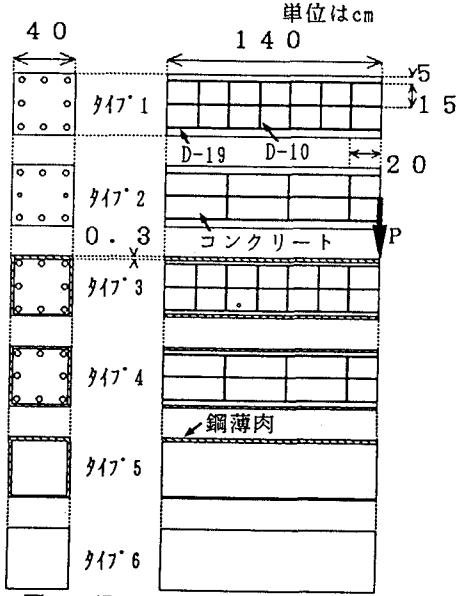


図-4 繰り返し曲げ解析モデル