

I-135 水中に浮遊する円筒殻の自由振動

運輸省 正会員 佐々木 純
 北大工学部 正会員 三上 隆
 北大工学部 正会員 芳村 仁

1. はじめに

水に接する構造の振動解析に関しては、これまでに多くの研究が行われているが、水底で固定され、他端が水面上にあるような片持形式の構造を対象としている。本研究では、図1に示すように両端が自由で、水中でバネに支持された円筒殻を取り上げ、最も重要な荷重要因と思われる波力と地震力に対する応答解析に備えて、まずRayleigh-Ritz法により固有振動解析を行い、その特性を明らかにする。

2. 水中の中空円筒シエルの振動解析(Rayleigh-Ritz法)

図1のシエルにおいて、軸、円周、法線方向の変位をそれぞれ u, v, w 、また直ひずみを e_x, e_y 、せん断ひずみを e_{xy} とすると、ひずみエネルギー U は(U_s :シエル、 U_k :バネ)

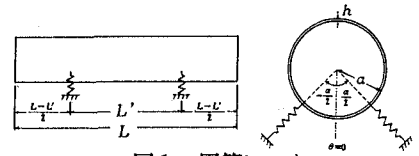


図1 円筒シエル

$$U = U_s + U_k = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[e_x^2 + e_y^2 + 2\nu e_x e_y + \frac{1}{2}(1-\nu^2) e_{xy}^2 \right] a \, dz \, dx \, d\theta$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{q=1}^4 [k_x u^2(x_q, \theta_q) + k_y v^2(x_q, \theta_q) + k_z w^2(x_q, \theta_q)]$$

また、運動エネルギー T は、(T_s :シエル、 T_w :水)

$$T = T_s + T_w = \frac{\rho}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] a \, dz \, dx \, d\theta + \frac{\rho_0}{2} \int_s \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n} \, ds$$

ここで、 Φ :水の速度ポテンシャル、 n :水から境界に立てられた外向き法線、 S :円筒の表面積
 また、円振動数 ω の調和振動を行うとして、変位を次のように仮定する。

$$u = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N X_m(x) (a_{mn} \cos n\theta + \bar{a}_{mn} \sin n\theta) \sin \omega t$$

$$v = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N Y_m(x) (b_{mn} \sin n\theta + \bar{b}_{mn} \cos n\theta) \sin \omega t$$

$$w = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N Z_m(x) (c_{mn} \cos n\theta + \bar{c}_{mn} \sin n\theta) \sin \omega t$$

ここで、 m :軸方向モード次数、 n :円周方向波数

X_m, Y_m, Z_m は任意の関数であり、本論文では以下のように仮定する。

$$X_m(x) = m \left(\frac{x}{L} \right)^{m-1}, \quad Y_m(x) = Z_m(x) = \left(\frac{x}{L} \right)^m$$

最小ポテンシャルエネルギーの原理より、係数 $a_{mn}, \bar{a}_{mn}, b_{mn}, \bar{b}_{mn}, c_{mn}, \bar{c}_{mn}$ に関する斉次連立1次方程式が得られ、これより固有円振動数 ω が求められる。

3. 数値計算例

$\theta=0$ に対して対称なモードを $S\theta$ 、非対称を $A\theta$ 、軸方向モードに対して対称なモードを Sx 、非対称なモードを Ax と表し、例えば $S\theta Sx(1)$ とは、 $\theta=0$ 、軸方向いずれに対しても対称な場合の1次であるという

ことを示す。また計算結果の収束性については、 $M=6$ 、 $N=13$ で一定値が得られているので、以下の数値計算は、この値を用いて行った。シェルは $L/a=3$ 、 $h/a=0.02$ 、 $k_x=0$ 、 $(a/KL)k_\theta=(a/KL)k_z=k=0.1$ 、 $L'/L=1/3$ 、 $\alpha=90^\circ$ を共通諸元とし、あるパラメータに着目するときは、それを変化させ他は上の値を使用した。パラメータ k （バネ定数）、 L'/L （バネの軸方向位置）、 α （バネの角度）、 h/a （シェルの厚さ）の振動数に与える影響を図2～5に示す。グラフはいずれも無次元化された固有円振動数 $\Omega = (\rho h a^2 / K)^{1/2} \omega$ （ここで、 $K = Eh / (1 - \nu^2)$ ）について表している。

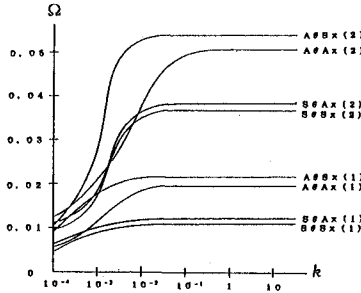


図2 バネ定数の変化

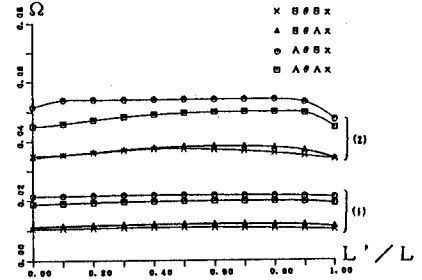


図3 バネの軸方向位置の変化

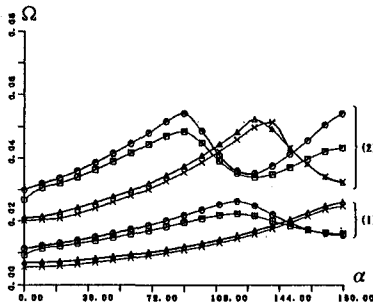


図4 バネの角度の変化

これらの図より、固有振動数 Ω に対する影響はバネ定数 k 、バネの角度 α 、シェルの厚さ h が大きいことがわかった。例えば $\Omega-k$ 曲線は、 $k=1$ 以上では Ω は一定値をとっている。また $\Omega-\alpha$ 曲線からは、 Ω は振動次数により単調増加、および極値をもつことがわかる。さらに $\Omega-h/a$ 曲線では、 Ω は h/a にほぼ比例している。

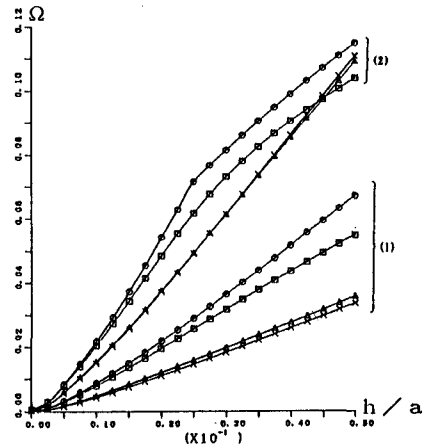


図5 シェルの厚さの変化

4. まとめ

水中に浮遊する円筒殻の連成振動問題を Rayleigh-Ritz 法により解析し、固有振動数特性をあきらかにした。その結果、固有振動数 Ω は、特にバネの角度およびシェルの厚さに大きく依存することがわかった。なお、水のないバネ支持されたシェルの固有振動数は、水中の場合の1.2～1.6倍であった。

（参考文献）

(1) Arya, Thakker, Goyal "Vibration Analysis of Thin Cylindrical Containers"

(Journal of the Engineering Mechanics Division : April, 1971)