

I-133

種々の作用荷重を受ける箱形断面薄板集成構造物の

Fourier級数解析

群馬工業高等専門学校 正 員 ○ 末武義崇

早稲田大学理工学部 正 員 平嶋政治

1. まえがき

薄肉の箱形断面を有する構造物の解析に際しては、断面変形や反りの影響を無視し得ないことはよく知られている。これは箱形断面構造物の構成要素が、薄板として挙動することに起因している。従って、薄肉の箱形断面構造物を解析する際には、各構成要素を全て薄板とみなし、薄板集成構造物として解析することが望ましい。本報告では、箱形断面薄板集成構造物の解析にあたり、構成要素としての薄板部材を全て薄板理論に基づいて解析することとし、各薄板部材間の接合条件を明確にした。そして、Fourier級数解析の手法に従い、解析解を求めることを試みた。この結果、有限要素法では必ずしも満足し得ない部材間の接合条件を、全て満たすことが可能となった。さらに本報告では、各薄板部材に種々の異なった荷重が作用した場合であっても解析が可能となるように配慮した。また、数値計算例として、載荷形式の異なる荷重を受けた箱桁のねじれ変形挙動について解析を行い、その結果を示した。

2. 接合条件

本報告では、図1に示したような薄肉箱桁を解析対象とした。その際、変形前に直角であった薄板部材間の交角が変形後も直角を保持すると仮定すれば、1つの接合辺につき表1にまとめた6種類8個の接合条件が考えられる。

表1. 接合条件の分類

1) 変形の適合条件	2) 力のつりあい条件
・交角の直交性保持 ・たわみと軸直角方向面内変位との連続 ($(i) \leftrightarrow (i+1)$, 2個) ・軸方向面内変位の連続	・モーメントのつりあい ・有効せん断力と膜力とのつりあい ($(i) \leftrightarrow (i+1)$, 2個) ・せん断膜力のつりあい

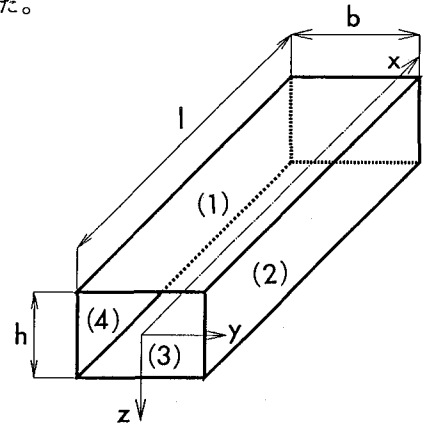


図1. 箱桁の全体図および全体座標系

3. Fourier級数表示

各薄板部材(番号*i*)の3方向変位 $u^{(i)}$ 、 $v^{(i)}$ 、 $w^{(i)}$ を未知量とし、Levyの方法を用いて薄板理論の基礎方程式を解けば、次のFourier級数表示が得られる。

$$u^{(i)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(\alpha_n^{(i)} + \beta_n^{(i)} y_i + \frac{\ell}{n\pi} \frac{3-\nu}{1+\nu} \delta_n^{(i)} \right) \sinh \frac{n\pi y_i}{\ell} + \left(\gamma_n^{(i)} + \delta_n^{(i)} y_i + \frac{\ell}{n\pi} \frac{3-\nu}{1+\nu} \beta_n^{(i)} \right) \cosh \frac{n\pi y_i}{\ell} \right\} \cos \frac{n\pi x}{\ell} \quad (1)$$

$$v^{(i)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(\alpha_n^{(i)} + \beta_n^{(i)} y_i \right) \cosh \frac{n\pi y_i}{\ell} + \left(\gamma_n^{(i)} + \delta_n^{(i)} y_i \right) \sinh \frac{n\pi y_i}{\ell} \right\} \sin \frac{n\pi x}{\ell} \quad (2)$$

$$w^{(i)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(A_n^{(i)} + B_n^{(i)} y_i \right) \cosh \frac{n\pi y_i}{\ell} + \left(C_n^{(i)} + D_n^{(i)} y_i \right) \sinh \frac{n\pi y_i}{\ell} + \Omega_n^{(i)} \right\} \sin \frac{n\pi x}{\ell} \quad (3)$$

ここに、 ν はPoisson比、 $\Omega_n^{(i)}$ は荷重項に応じて得られる特殊解であり、 y_i の関数となる。いくつかの荷重に対し、 $\Omega_n^{(i)}$ の具体例を示す。

1) 全面等分布荷重 $p^{(i)}$

$$\Omega_n^{(i)}(y_i) = \{1 - (-1)^n\} \left(\frac{\ell}{n\pi} \right)^5 \frac{2p^{(i)}}{\ell D_i} \quad (4)$$

2) 軸直角方向線荷重 $q^{(i)}$ (载荷位置 $x = \xi_i$)

$$\Omega_n^{(i)}(y_i) = \left(\frac{\ell}{n\pi} \right)^4 \frac{2q^{(i)}}{\ell D_i} \sin \frac{n\pi}{\ell} \xi_i \quad (5)$$

3) 軸方向部分線荷重 $q^{(i)}$ (载荷位置 $x = \xi_i$, $y_i = \eta_i$; 幅 λ_i)

$$\Omega_n^{(i)}(y_i) = - \left(\frac{\ell}{n\pi} \right)^4 \frac{2q^{(i)}}{\ell D_i} \sin \frac{n\pi}{\ell} \xi_i \sin \frac{n\pi}{\ell} \eta_i H(y_i - \eta_i) \\ \times \left\{ \sinh \frac{n\pi}{\ell} (y_i - \eta_i) - \frac{n\pi}{\ell} (y_i - \eta_i) \cosh \frac{n\pi}{\ell} (y_i - \eta_i) \right\} \quad (6)$$

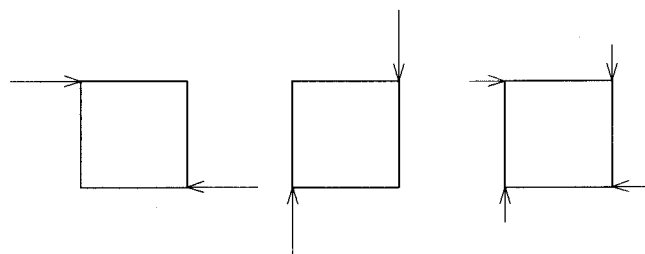
ここに、 D_i は薄板部材(i)の板曲げ剛性、関数 $H(x)$ はHeavisideのステップ関数である。

4. 数値計算例

ここでは、ずり荷重の作用によって桁全体がねじられる場合についての計算例を示す。桁に载荷させたずり荷重については、図2に示した3種類の载荷形式を考えた。3つのモデルのうち、Case 1および2については $q = 100$ [kg/cm]、Case 3については $q = 50$ [kg/cm]とした。従って、桁断面の図心軸回りのねじりモーメントは、いずれのモデルについても同一となる。3つのモデルの断面はいずれも正方形断面であり、1枚の薄板部材の幅厚比を $h/t = 100$ (板厚 $t = 1$ [cm])、桁の全長と桁高との比を $1/h = 10$ とした。材料定数は、Young率 $E = 2.1 \times 10^6$ [kg/cm²]、Poisson比 $\nu = 0.3$ とした。

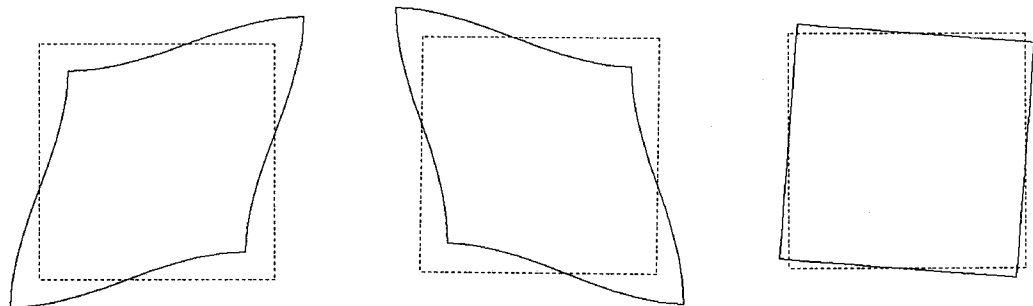
桁中央断面の断面変形に関する解析結果を図3に示す。図3における3つの図は、それぞれ図2における3つの载荷形式に対

応している。得られた解析結果から、薄肉断面を有する箱桁を薄板集成構造物とみなして解析した場合、桁に作用するねじりモーメントは同一であっても、作用する荷重の载荷形式が異なれば、桁の断面変形も全く異なった形になることがわかる。



(a) Case 1 (b) Case 2 (c) Case 3

図2. 桁に作用させる荷重の载荷形式



(a) Case 1 (5倍)

(b) Case 2 (5倍)

(c) Case 3 (50倍)

図3. 各モデルの断面変形モード