

## 異種材料を接合した薄板の曲げの解析

防衛施設庁 正員 茂籠 勇人  
 名古屋工業大学 正員 長谷部 宣男  
 名古屋工業大学 正員 中村 卓次

**1.はじめに** 本報告では、図1-(a)に示す材料定数の異なる二つの半無限薄板を有限長で接合した薄板に外力として面外一様曲げが作用したモデルについての解析を行う。ただし、接合部は直線であり、半無限薄板は接合部に関して任意の対称形状である。計算例として、応力分布および応力拡大係数を示す。

**2. 解析方法** 図1-(a)に示す解析モデルは、 $Y/a \geq 0$  を材料 I、 $Y/a \leq 0$  を材料 II と呼び、接合線は  $X/a$  軸に一致している(実物理面)。材料 I を  $X/a$  軸に関して反転した図1-(b)の物理面(仮想物理面)では、両材料が対称形状であるため材料 I, II の形状は一致する(図1-(b))。よって、図1-(b)の材料領域を図1-(c)の単位円内( $S_i^+$ )に写像するのに同一の写像関数を用いることができる[1], [2]。

ここでは、接合線上の曲げモーメント、置換せん断力、タワミ角が連続である境界を  $M$  境界、それ以外を  $L$  境界と呼ぶこととする。本報告は面外一様曲げが作用し、 $L$  境界で外力(曲げ、せん断力)の2成分が零の場合を解析する。求める複素応力関数  $\phi_i(t_i)$ ,  $\psi_i(t_i)$  は、図1-(b)の仮想物理面を想定することにより、材料 I, II に対して求めることができる。すなわち、それぞれの材料に対して Riemann-Hilbert 問題として解かれ、最終的に複素応力関数  $\phi_i(t_i)$  の一般解を得ることができる[2]。

**3. 応力分布及び応力拡大係数** 図1-(a)に示す接合部端に発生したクラックを想定したとき、クラックの進展に伴うクラック先端での応力拡大係数は複素応力関数及び有理型写像関数を用いて次式から求められる[3]。

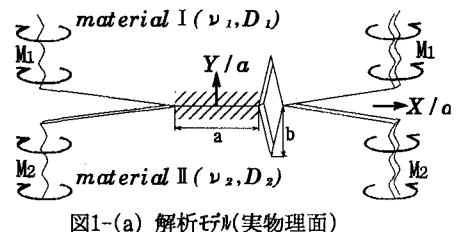


図1-(a) 解析モデル(実物理面)

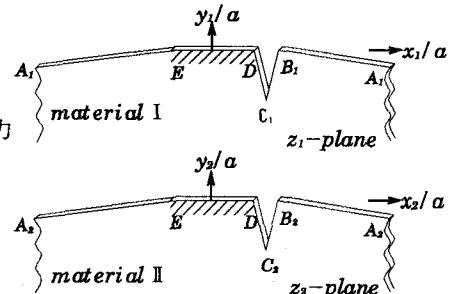


図1-(b) 解析モデル(仮想物理面)

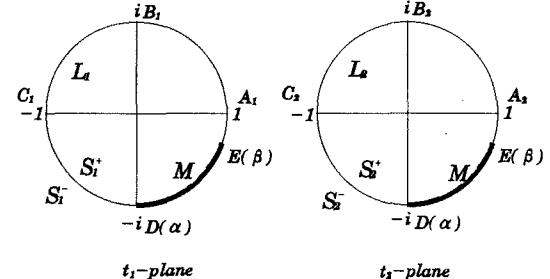


図1-(c) 単位円

$$k_{Bj} - i k_{Sj} = -2 D_j (I + \nu_j) e^{-\frac{i\delta}{2}} \phi_j(\sigma_0) / \sqrt{\omega^{++}(\sigma_0)} \quad (2)$$

$k_{Bj}$ ,  $k_{Sj}$  はそれぞれ曲げモーメント、ねじりモーメントに関する応力拡大係数、 $D_j$ ,  $\nu_j$  はそれぞれ曲げ剛性、ポアソン比である。 $\delta$  は  $x_j/a$  軸とクラックのなす角、 $\sigma_0$  はクラック先端に対応する単位円上の値である。次式の無次元化した応力拡大係数を用いる。[3]

$$F_{Bj} + i F_{Sj} = (k_{Bj} + i k_{Sj}) / (M_j \sqrt{a}) \quad (3)$$

$M_i$  は各材料に作用する曲げモーメント、 $a$  は接合部長さを表す。

解析例として図2に応力分布例を示す。応力分布は各材料のポアソン比及び曲げ剛性比によって決定され、このでの材料定数は、材料I、材料IIでは  $\nu_1=0.32$ ,  $\nu_2=0.18$  とし、曲げ剛性比  $D_1/D_2=1.0$  としている。

また、(3)式で無次元化した材料I、IIに対する応力拡大係数を図3-(a)～(d)に示す。これは、接合部長さ  $a$ 、クラック長さ  $b$  の比  $b/a$  が  $0 \sim 1.0$  のときの値である。応力拡大係数も各材料のポアソン比と曲げ剛性の比によって決定されるので、ここではポアソン比を材料Iでは  $\nu_1=0.32$ 、また、材料IIでは  $\nu_2=0.18$  と定め、いくつかの曲げ剛性比に対して解析を行った。面外での作用荷重として  $M_1=1.0$ ,  $M_2=1.0$  としている。

## 参考文献

[1] Hasebe, N.; Ingenieur Archiv, Vol 48, 1979.

$\nu_1=0.32 \quad \nu_2=0.18 \quad D_1/D_2=1.0$

[2] 茂籠、長谷部、中村; 第45回土木学会年次講演会, p248, 1990.

図2 応力分布例

[3] Hasebe, N., Takemura, M.; Theoretical and Applied Mechanics, Vol 29, pp145-156, 1981.

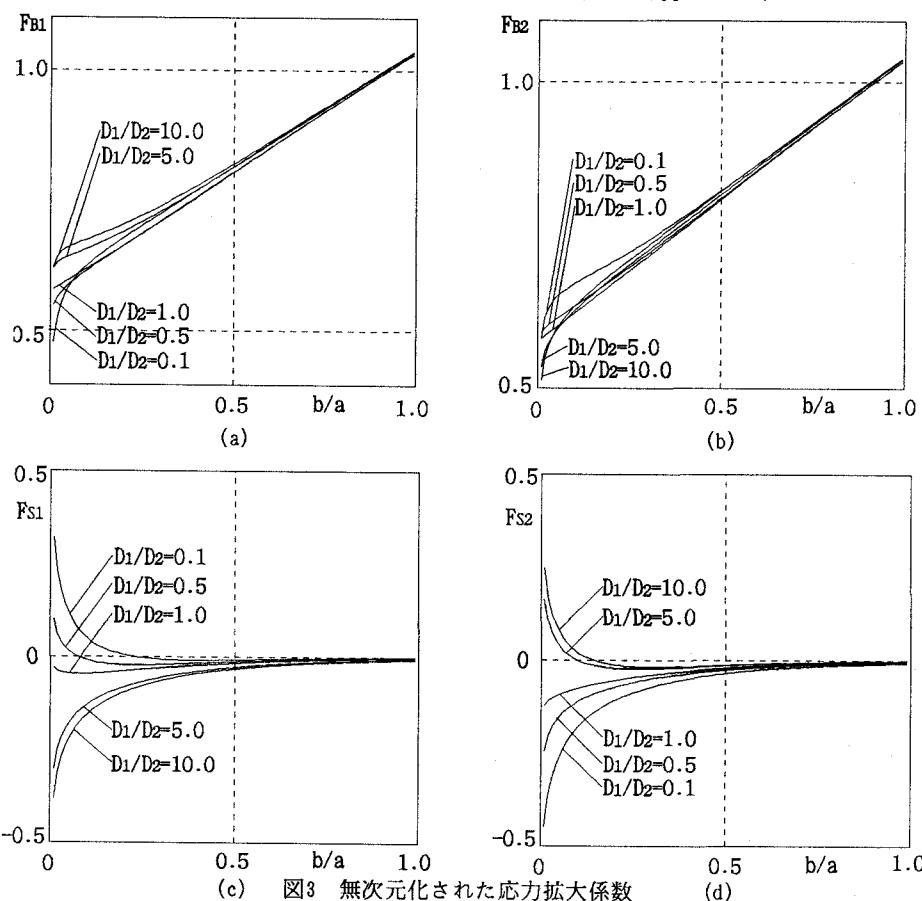
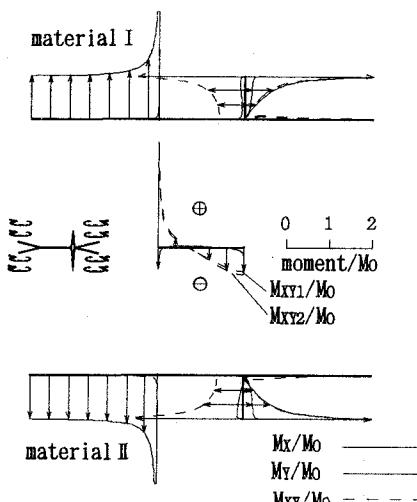


図3 無次元化された応力拡大係数