

I-129 面内回転自由度を有する9節点シェル要素による有限変位解析

石川島播磨重工業 正員 島村 和夫
 長岡技術科学大学 正員 林 正
 長岡技術科学大学 正員 岩崎 英治

1. まえがき

通常のシェル要素の一般化変位には面内回転成分が含まれず回転2成分を用いることが多いが、3次元空間での座標変換には3成分が必要である。また、補剛材等の他の構造要素との合理的な結合のためにも回転3成分が必要である。そこで9節点シェル要素にペナルティー関数法により面内回転角を導入し、線形解析および有限変位解析を行なった結果について報告する。

2. 面内回転角の導入法

一般化変位には並進変位 ΔU_i と回転成分 $\Delta \theta_i$ の計6成分を用い、せん断・膜ロッキングを避けるために面外曲げによるひずみ以外は低次積分点で評価する選択的次數低減積分¹⁾を用いる。この要素では増分ステップ n での位置ベクトル X^n および変位増分 ΔU は次のように表わされる。なお、総和は1から9までとるものとする。

$$X^n = \sum N_i (X_i^n + \xi t_i v_{3i}^n / 2) \quad (1)$$

$$\Delta U = \sum N_i (\Delta U_i + \xi t_i \Phi_i^n \Delta \theta_i / 2) \quad (2)$$

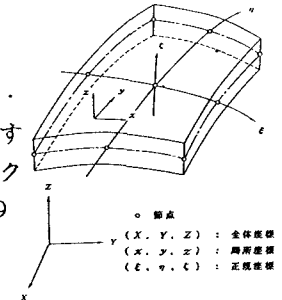


図-1. 9節点シェル要素

ここに、 N_i : 形状関数、 X_i^n : 節点 i の位置ベクトル、 t_i : 板厚、 v_{3i}^n : 法線単位ベクトル、 Φ_i^n は、

$$\Phi_i^n = [-v_{2i}^n - \Delta \theta_{1i} v_{3i}^n, v_{1i}^n - \Delta \theta_{2i} v_{3i}^n, \Delta \theta_{1i} v_{1i}^n + \Delta \theta_{2i} v_{2i}^n] \quad (3)$$

と表わされる。ただし、 v_{ji}^n は節点 i における局所座標 x_j ($x_j: x, y, z$) の単位基底である。

式(4)の面内回転角と変位の微係数の関係は、線形解析・有限変位解析に拘らず、式(5)のペナルティー関数により考慮する。また、式(7)~(9)を定義する。

$$\Delta \theta_3 = (\Delta v_{,x} - \Delta u_{,y}) / 2 \quad (4) \quad \pi_p = \frac{1}{2} \kappa G \int_V \{ \Delta \theta_3 - (\Delta v_{,x} - \Delta u_{,y}) / 2 \}^2 dV \quad (5)$$

$$\Delta \theta_3 = \sum N_i \Delta \theta_{3i} \quad (6) \quad \Delta \varepsilon \equiv \Delta \theta_3 - (\Delta v_{,x} - \Delta u_{,y}) / 2 = \sum (b_j^{uT} \Delta u_j + b_j^{\theta T} \Delta \theta_j) \quad (7)$$

$$b_j^u = (B_{2j} v_1^n - B_{1j} v_2^n) / 2, \quad b_j^\theta = N_i v_3^n, \quad B_{ij} = A_{i1} N_{j, \xi} + A_{i2} N_{j, \eta} \quad (8)$$

$$\{ A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22} \}$$

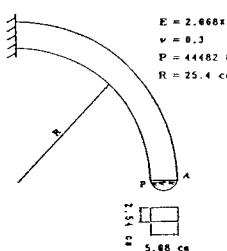
$$= \{ 1, 0, -X_{, \xi}^n X_{, \eta}^n / [v_3^n X_{, \xi}^n X_{, \eta}^n], |X_{, \xi}^n|^2 / [v_3^n X_{, \xi}^n X_{, \eta}^n] \} / |X_{, \xi}^n| \quad (9)$$

ここに、 $(\cdot)_{, \alpha}$ は局所座標 x に関する微分を表わし、 G はせん断弾性係数、 κ はペナルティー係数、 $[\cdot]$ はスカラー3重積、 v_i^n は任意点での局所座標の単位基底である。これらを用いると面内回転角の導入により式(10)の剛性 k_{ij} が得られる。なお、数値積分の積分点数は3点とするが、2点積分した結果も後に示す。

$$k_{ij} = \kappa G \int_V \{ b_i^{uT}, b_i^{\theta T} \}^T \{ b_j^{uT}, b_j^{\theta T} \} dV \quad (10)$$

3. 数値計算例

(1) 線形解析：計算では9節点要素の他に、比較のため同様に定式化した8節点要素および別に定式化し



(a) 解析モデル

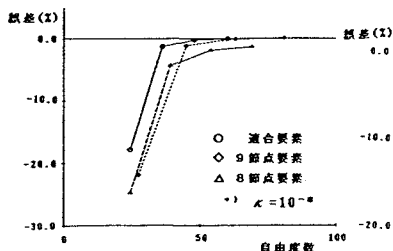
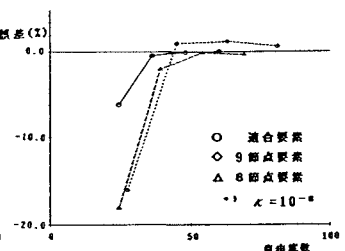
(b) u_A の収束性(c) θ_A の収束性

図-2. 先端に荷重を受ける曲がりはり

た面内回転角を有する適合要素(膜要素として)の3つを用いた。線形解析例として図-2に示す先端に荷重を受ける曲がりばりを解析する。図-2(b), (c)に長手方向への要素分割による解の収束状況を示す。半径方向変位 u_A は滑らかに解析解に収束するが、回転角 θ_A は不規則な挙動を示すことが分かる。図-3(a), (b)は κ の影響を調べたものである。同図のように κ を大きくすると自由度間の拘束が強くなり変位・回転角は減少する。しかし分割をするにつれ、どの κ を用いても正解に近づいていくことが分かる。

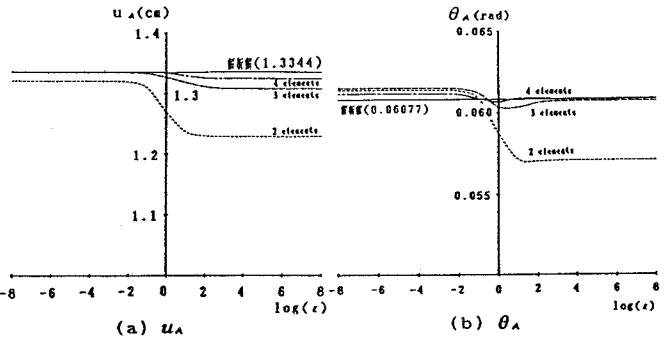


図-3. 線形解析における κ の影響

(2) 有限変位解析: 図-4に中央点cに集中荷重を受ける円筒シェルの有限変位解析結果を示す。解析は対称性を用いて1/4領域を2x2分割して行なった。なお収束計算にはNewton法を用い、各増分ステップでの全節点の増分変位と節点力それぞれの相対誤差が 10^{-3} 以内に収まるまで反復計算した。

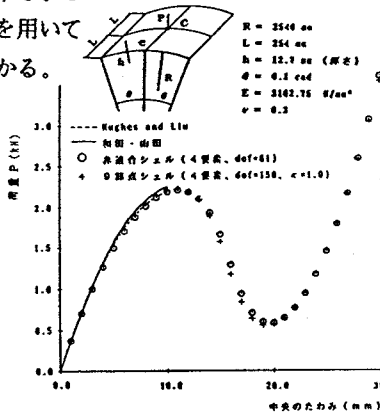


図-4. 集中荷重を受ける円筒シェル

κ	完全積分		低減積分	
	N	Pcr	N	Pcr
10^{-5}	27	2.210	31	2.209
10^{-3}	15	2.210	21	2.210
10^{-1}	4	2.210	6	2.208
10^0	4	2.210	5	2.208
10^1	4	2.211	6	2.208
10^2	4	2.211	8	2.208
10^3	5	2.213	40	2.208
10^4	7	2.217	--	----

表-1. κ の影響

表-1に有限変位解析における κ の影響を調べた結果を示す。 N はほぼ特異点となる増分ステップ11回目のNewton法の反復回数を表わし、 P_{cr} は飛移荷重である。飛移荷重は κ およびペナルティー関数から得られる剛性行列の積分方法により大差ないが、収束性は $\kappa=1$ 程度のときに最も良いことが分かる。飛移荷重が κ の影響をあまり受けないのは、この問題での面内回転角が他の回転成分に対し相対的に小さいためである。また、収束性が悪化する原因を調べると、収束計算の過程で面内回転角の値が振動していることが分かった。これは面内回転角導入による非適合性に起因するものと考えられる。

図-5には厚さを半分にした場合の荷重-変位曲線を示すが、この場合も含め上記の傾向は他に計算した問題においても同様であった。

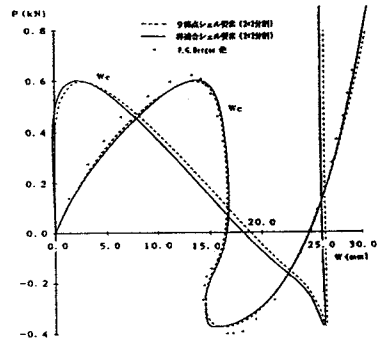


図-5. $h=6.35$ mmの場合

4. 結論

面内回転角を導入することにより、他の構造要素との合理的な結合が可能になるなどの利点がある。また精度および反復計算の収束性を考慮すると、ペナルティー項の係数には1程度の値を用いるのが妥当である。

- 1) T. J. R. Hughes and W. K. Liu: Nonlinear finite element analysis of shells, Part I, three-dimensional shells, Com. Meths. Appl. Meth. Engng., Vol. 26, pp. 331-362, 1981.
- 2) 和田 章, 山田貴博: 選択的次數低減積分法を用いた9節点シェル要素による幾何学的非線形解析, 構造工学論文集 Vol. 33B, pp. 1-8, 1987
- 3) P. G. Bergan, G. Horrinmoe, B. Krakel and T. H. Soreide: Solution techniques for nonlinear finite element problems, Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 12, pp. 1677-1696, 1978.