

I-128

F E Mによるリブ補剛板の解析

大林組 正会員 木村隆之
北大工学部 正会員 荻沢憲吉

1. はじめに

有限要素法において仮定する変位関数は、その適合性の条件として①仮定された変位及びひずみに含まれる微係数より1階低い微係数は要素内で連続であること、②隣接する要素の間で変位及びひずみに含まれる微係数より1階低い微係数が連続であること、がある。平板の問題において①の条件を満足させることは変位関数を作るときに注意すればよいが、②の条件を満足させるには、適用するエネルギー原理を、隣接する境界の変形条件を考慮したものに変える必要があり、非常に困難となる。本研究では、②の条件を無視した要素(非適合要素)を用いても実用的な基本式が得られるものとして、リブによって補剛された板の解析を行い、その結果を検討した。

2. 基本式

たわみの補間式は、 $w = \sum_{i=1}^n \{f_i(x, y)w_i + g_i(x, y)\theta_{xi} + h_i(x, y)\theta_{yi}\}$ を用いた。ここで、

f_i, g_i, h_i はHermiteの補間多項式である。また、せん断変形を無視すると、 $\theta_x = \partial w / \partial y$, $\theta_y = -(\partial w / \partial x)$ となる。この補間式を用いた板要素の剛性マトリックスは次のようになる。

$$[K] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [D] [B] \det [J] d\xi d\eta$$

$$\text{ここで、} [B] = -\sum_{i=1}^4 \begin{bmatrix} e_{11}^2 & e_{12}^2 & 2e_{11}e_{12} \\ e_{21}^2 & e_{22}^2 & 2e_{21}e_{22} \\ 2e_{11}e_{21} & 2e_{12}e_{22} & 2(e_{11}e_{22} + e_{12}e_{21}) \end{bmatrix} [A] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & J_{12} & -J_{11} \\ 0 & J_{22} & -J_{21} \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 N_1}{\partial \xi^2} & \dots & \frac{\partial^2 N_8}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 N_1}{\partial \eta^2} & \dots & \frac{\partial^2 N_8}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2 N_1}{\partial \xi \partial \eta} & \dots & \frac{\partial^2 N_8}{\partial \xi \partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 y_1 \\ x_2 y_2 \\ \vdots \\ x_8 y_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11}e_{12} \\ e_{21}e_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_i \\ g_i \\ h_i \end{bmatrix}$$

$$[D] = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}$$

(J_{ij} はJacobian Matrix $[J]$ の成分, e_{ij} は

$[J]^{-1}$ の成分, N_i はLagrangeの補間多項式)

また、この補間式を用いて求めた梁要素の剛性マトリックスは、変形法によるものと同じになる。

板の有限要素は、座標決定点8、変位決定点4のスーパーパラメトリック要素を用いた。

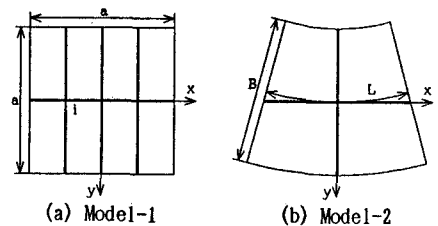


Fig-1. 解析モデル

3. 解析例

ここでは、以下の2つのモデルについての解析結果を示す。(Fig-1)

・Model-1 x方向に1本、y方向に3本補剛した、正方形板(周辺固定)

諸元-板: 板幅 $a=1000\text{mm}$, 板厚 $t=5\text{mm}$, $E=21000\text{kgf/mm}^2$, $\nu=0.3$

梁: 幅 $b=20\text{mm}$, 高さ $h=30\text{mm}$, $E_b=21000\text{kgf/mm}^2$, $\nu_b=0.3$, $J=46992\text{mm}^4$

・Model-2 x方向に1本、y方向に1本補剛(直線補剛)した、環状扇形板(周辺固定)

諸元-板: 板幅 $B=1000\text{mm}$, 板長 $L=1000\text{mm}$, 開き角 $\theta=30^\circ$, 板厚 $t=5\text{mm}$, $E=21000\text{kgf/mm}^2$, $\nu=0.3$

梁：Model-1と同じ

また、載荷状態については、両モデルとも等分布荷重満載とし($p=0.0001\text{kgf/mm}^2$)、要素分割数は256($16*16$)とした。

両モデルについてのたわみ図、板の曲げモーメント図、梁の曲げモーメント図、梁のねじりモーメント図を右に示す。

4. 考 察

各モデルの板の曲げモーメント図をみると、要素の境界でモーメントに差がみられるところがあるが、これはそこに梁が入っているため、梁のねじりモーメント図をみるとその差の分だけ梁にねじりモーメントが生じているのがわかる。

また、Fig-6は、Model-1のi点での板要素、梁要素それぞれに生じているモーメント(M_x)を表したものである。この点でのモーメントの釣合がとれているのがわかる。

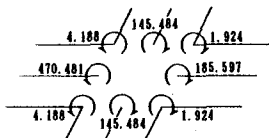


Fig-6. i点でのモーメント分布

右回りを正として
板の曲げモーメント
 $(+1.924 - 4.188) \times 2 = -4.528$
梁の曲げモーメント
 $-470.481 + 185.597 = -284.884$
梁のねじりモーメント
 $+145.484 + 145.484 = +290.968$

4. おわりに

本研究では、有限要素として非適合要素を用いて、その有効性を検討した。結果として、

- ① 非適合要素を用いても補間関数や要素の取り方に注意すれば、応力に付いても十分妥当な値を得ることができる。
- ② 補剛が板の形状に沿わない場合にもこの方法を用いて解くことができる。

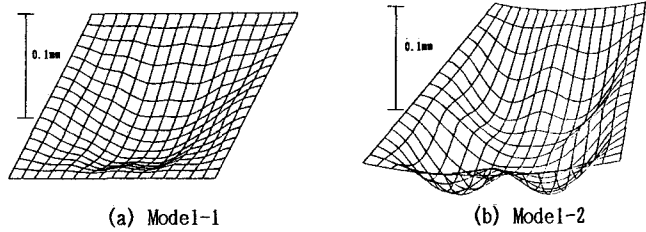


Fig-2. たわみ図

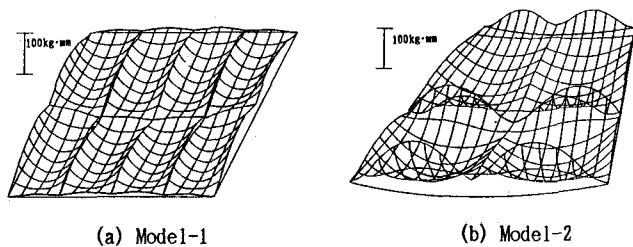


Fig-3. 曲げモーメント図 (板)

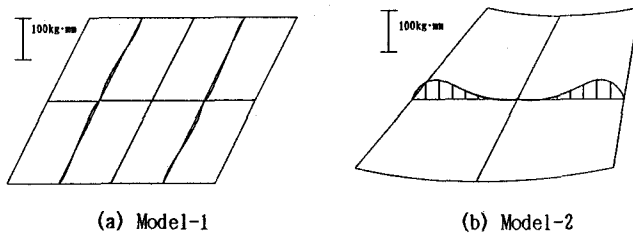


Fig-4. ねじりモーメント図 (梁)

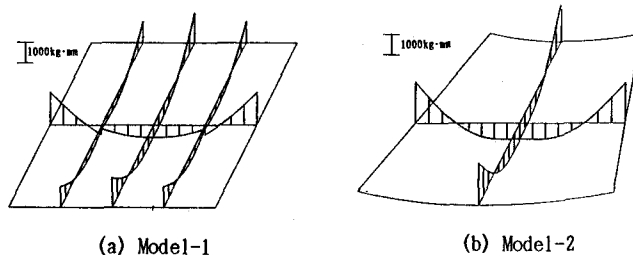


Fig-5. 曲げモーメント図 (梁)