

I-121

薄板集成箱形断面柱の幾何学的非線形解析

早稲田大学大学院 学生員○白石 哲男
 群馬工業高等専門学校 正 員 末武 義崇
 早稲田大学理工学部 正 員 平嶋 政治

1. はじめに

長柱の後座屈挙動については、断面変形を無視した棒理論では解析解が得られる。しかし、箱形断面柱の場合、構成要素の各板は薄板としての挙動を呈しつつ変形するため、断面変形は無視し得ない。

本報告は、Herrmann の混合型有限要素法を用い、箱形断面長柱を薄板集成構造物とみなして幾何学的非線形解析を行なった。得られた計算結果を棒理論に基づく解析結果と比較し、長柱の後座屈領域における薄板集成構造物としての非線形挙動特性について考察する。

2. 解析手法

(1) 薄板理論に基づく解析

箱形断面柱を薄板集成構造物とみなして非線形解析を行なうにあたり、Herrmann の混合型有限要素法を用いた。非線形計算の際には、修正 Newton-Raphson 法と弧長増分法とを組み合わせる収束計算を行なった。

(2) 棒理論に基づく解析

本報告では、I. Szabó の柱の有限変位理論¹⁾を初期たわみを考慮して修正して用いた。誘導した基礎方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d^2 \omega}{d \sigma^2} + \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{d \omega}{d \sigma} \right)^2 \right\} \left(\pi^2 \xi^2 \omega - \frac{d^2 \overline{\omega}}{d \sigma^2} \right) = 0 \quad (1)$$

ただし、 $\sigma \equiv s/L$ 、 $\omega \equiv w/L$ 、 $\pi \xi \equiv \lambda L$ 、 $\lambda^2 \equiv P/EI$ であり、 s は変形後の柱の軸線に沿った座標、 L は柱の長さ、 w は柱がまっすぐな状態を基準にしたたわみ、 P は軸圧縮力、 EI は柱の曲げ剛性である。 $\overline{\omega}$ は無次元化初期たわみを表わしている。解析に際しては摂動法を用いた。

3. 解析モデル

解析モデルの全体図を図1に示す。対称性を考えて、上半分について解析する。板の番号を図1のようにつける。寸法は図1に示したとおりである。なお、モデルを棒部材とみなしたときの細長比は、 $L/r = 24.37$ である。ただし、 r は最小回転半径であり、 $r \equiv I/A \approx 4.102$ である。材料定数は Young 率 $E = 2.1 \times 10^6$ (kg/cm²)、Poisson 比 $\nu = 0.3$ とする。

両端単純支持の柱を想定しているから、棒理論より得られる柱の座屈荷重は、 $\xi_{cr} \equiv \lambda L/\pi = 1.0$ である。

全体座標系の Y 方向に、

$$\omega = \overline{\delta} \cos (\pi X/L) \quad (2)$$

となる初期たわみ $\overline{\omega}$ を与える。ここで、 $\overline{\delta} = 0.001$ とした。

前述のように、棒理論による解析の場合両端単純支持の長柱を想定しているが、薄板理論による解析の場合には、これに対応する境界条件は一つには定まらない。本報告では、両端単純支持の柱に近いモデルとして、境界条件の異なる次の3種のモデルを考える。

すなわち、各モデルごとに異なる境界条件として、柱端部の各板上の点に関して次のような境界条件を与えるものとした。(図1参照)

(モデル1) 軸方向にのみ自由に動くとする。

(モデル2) 各板の面外方向変位のみ拘束し、面内方向には自由に動くとする。

(モデル3) 板1, 3の中心線上にある点のY方向変位のみ拘束する。

各モデルに共通する境界条件として、つぎの3つの境界条件を与える。

- (1) 柱端部の要素境界上の板としての曲げモーメントは0である。
- (2) 柱中央に位置する点のX方向変位を拘束する（Y, Z方向には自由に動く）。
- (3) $Z/b_z = 0$ に位置する点のZ方向変位を拘束する（X, Y方向には自由に動く）。

なお、条件（2）および（3）は変形の対称性を考慮して付加したものである。

荷重条件は、柱端断面に軸方向圧縮力となる等分布荷重が作用するものとした。

解析にあたって、各板を軸方向に1/2分割、軸に垂直な方向に4分割して解析を行なった。

4. 解析結果及び考察

柱としてのたわみとして板1の点Aにおける初期たわみ方向（Y方向）の荷重－たわみ曲線を図2に示す。図2から明らかなように、モデル1および2については、ほぼ同一の釣り合い経路が得られ、棒理論による釣り合い経路とは大きく異なることがわかる。モデル3については、棒理論に比較的近い釣り合い経路が得られたものの、釣り合い経路上に極大点が存在し、屈服現象の発生が認められる。

図2における、モデル3の極大点および解析最終点とそれぞれ同じたわみレベルでの断面変形を図3に示す。図3より、モデル1では曲げ圧縮側の板2に高次の座屈波形がみられることがわかる。これに対し、モデル3では柱端部の変形が顕著である。

5. 結論

今回の解析結果より、以下の結論が得られる。

- 1) 箱形断面柱を薄板集成構造物として解析する場合、柱両端における境界条件の選択が、柱の座屈挙動に著しい影響を及ぼす。
- 2) 薄板集成構造物の後座屈挙動については、断面変形の影響が大きく、また、屈服現象が発生する可能性があるため、棒理論は適用できない。

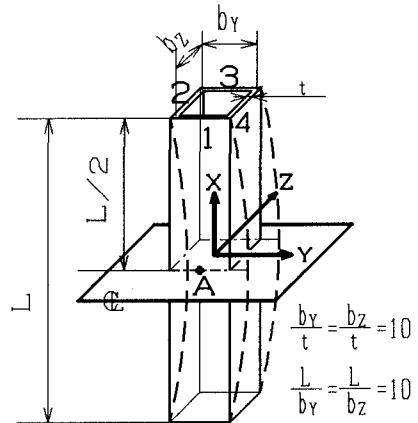


図1 解析モデル

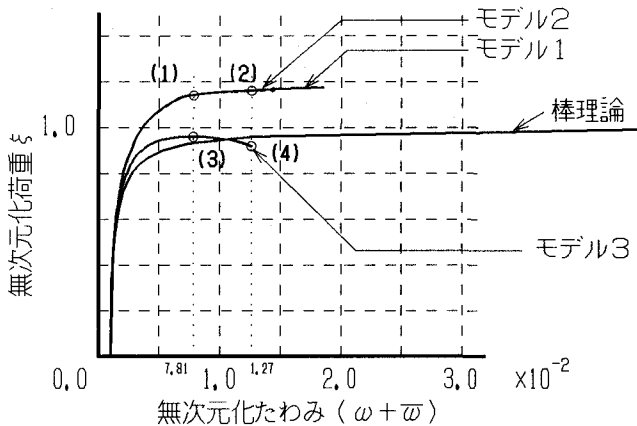


図2 荷重－たわみ曲線

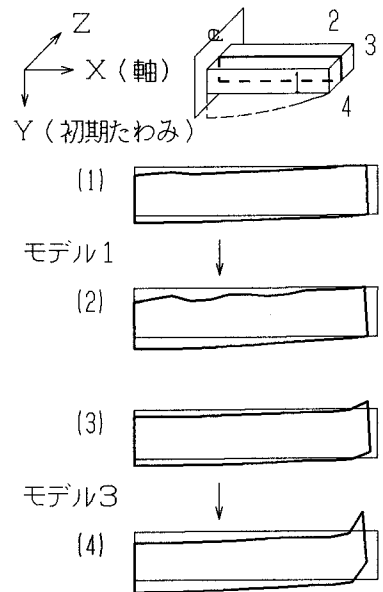


図3 断面変形図（倍率2倍）

参考文献

- 1) Szabó, I., Springer-Verlag, 1960.