

I-104

局所荷重と曲げモーメントを受けるプレートガーダーの複合非線形解析

関西大学工学部 正会員 ○堂垣正博 (株)日本総合研究所 正会員 西島祥隆

関西大学工学部 正会員 米澤 博

1. まえがき 桁の送り出し架設時のように、薄板に局部的な面内荷重が作用すれば、クリップリングの生ずることがある。局所荷重を受ける桁の終局強度に関する研究は主に実験的になされている。¹⁾ 一方、局所荷重のみを受ける桁の終局強度解析はなされているが、^{2), 3)} 局所荷重と曲げモーメントが同時に作用する場合の解析はあまりなされていない。そこで局所荷重と曲げモーメントを受ける桁の垂直補剛材間の水平補剛材付きパネルを対象に、腹板、フランジおよび水平補剛材の非線形連成挙動を差分法で明らかにする。

2. 基礎式 図-1に示す長さ a 、幅 b 、厚さ t の腹板、幅 b_f 、厚さ t_f の上下フランジ、および下フランジから距離 b_1 に設けられた幅 b_h 、厚さ t_h の水平補剛材からなる垂直補剛材間のパネルに載荷幅 c の局所荷重と曲げモーメントが同時に作用する場合、その複合非線形挙動を次の仮定のもとに解析する。①Kirchhoff-Loveの仮定。②腹板、フランジ、水平補剛材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化は考えない。③降伏はvon Misesの等価応力で行う。

(1) つり合い式：弾塑性状態の腹板の x 、 y 、 z 方向の力のつり合い式をLinあるいはMassonnetの弾塑性理論に従って誘導すれば

$$N_x^e, x + N_{xy}^e, y - (N_x^p, x + N_{xy}^p, y) = 0 \quad (1)$$

$$N_{xy}^e, x + N_y^e, y - (N_{xy}^p, x + N_y^p, y) = 0 \quad (2)$$

$$M_x^e, xx + 2M_{xy}^e, xy + M_y^e, yy + N_x^e \bar{w}, xx + 2N_{xy}^e \bar{w}, xy + N_y^e \bar{w}, yy - (M_x^p, xx + 2M_{xy}^p, xy + M_y^p, yy + N_x^p \bar{w}, xx + 2N_{xy}^p \bar{w}, xy + N_y^p \bar{w}, yy) = 0 \quad (3)$$

を得る。ここに、 $\bar{w}$ は全たわみで、初期たわみ w_0 と荷重によるたわみ w の和である。 N_x 、 N_y はそれぞれ x 、 y 方向の膜力、 N_{xy} は膜せん断力である。 M_x 、 M_y はそれぞれ x 、 y 方向の曲げモーメント、 M_{xy} はねじりモーメントである。上添字 e と p は、弾塑性状態の桁を全断面弾性と仮定して求められる腹板の断面力と、弾性断面力を修正し真の断面力を得るための仮想的な断面力を表す。仮想断面力は、弾性応力から求められるvon Misesの等価応力が降伏点応力を超える場合、その超過量を板厚方向に数値積分して求められる。なお、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

(2) 境界条件：局所荷重と曲げモーメントを受ける腹板は垂直補剛材上で単純支持され、その辺上では軸力が作用しないものとすれば、 $x = \pm a/2$ において

$$u \pm u_0 \pm (y - b/2)\phi = 0, v = v_0, \bar{w} - w_0 = 0, \bar{w}, xx - w_0, xx = 0$$

$$\int_0^b N_x^e dy + N_{fu}^e + N_{f1}^e + N_h^e - \left(\int_0^b N_x^p dy + N_{fu}^p + N_{f1}^p + N_h^p \right) = 0$$

$$\int_0^b N_x^e y dy + bN_{f1}^e + (b - b_1)N_h^e - \left\{ \int_0^b N_x^p y dy + bN_{f1}^p + (b - b_1)N_h^p \right\} = M \quad (4)_{1-6}$$

となる。ここに u 、 v はそれぞれ x 、 y 方向の変位、 v_0 は局所荷重の作用と等価な左右辺での鉛直下方への強制変位、 u_0 、 ϕ は左右辺に軸力が作用しない条件式(4)₅と曲げモーメント M が作用する条件式(4)₆を満足するように求められる面内変位と面内回転角である。 N_{fu} 、 N_{f1} 、 N_h はそれぞれ上下フランジと水平補剛材に作用する軸力である。なお複号のうち、上段が $x = a/2$ 辺で、下段が $x = -a/2$ 辺で用いられる。

次に、腹板がフランジによって弾性支持および弾性回転拘束されるものとすれば、上フランジと鉛直方向に無支持の下フランジ部分での x 、 y 、 z 方向の力のつり合いとねじりに関するつり合いから次式を得る。

$$N_f^e, x \pm N_{xy}^e - (N_f^p, x \pm N_{xy}^p) = 0$$

$$M_{fz}^e, xx \pm N_y^e + N_f^e v, xx \mp N_{xy}^e v, x - (M_{fz}^p, xx \pm N_y^p + N_f^p v, xx \mp N_{xy}^p v, x) = 0$$

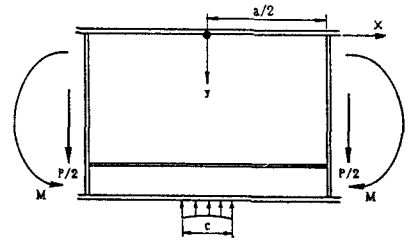


図-1

$$\begin{aligned} M_{fy}^e, x_x \pm M_y^e, y \pm 2M_{xy}^e, x + N_f^e \bar{w}, x \mp N_{xy}^e \bar{w}, x \\ - (M_{fy}^p, x_x \pm M_y^p, y \pm 2M_{xy}^p, x + N_f^p \bar{w}, x \mp N_{xy}^p \bar{w}, x) = 0 \\ M_{ft}^e, x \mp M_y^e - (M_{ft}^p, x \mp M_y^p) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 N_f 、 M_{fz} 、 M_{fy} 、 M_{ft} はそれぞれ上下フランジの軸力、弱軸および強軸まわりの曲げモーメント、ねじりモーメントである。なお複号のうち、上段が上フランジでの、下段が下フランジでの符号である。

また、鉛直方向に支持された下フランジ部分では、フランジに作用する x 方向の力のつり合いと、 y および z 方向への固定の条件から次の境界条件を得る。

$$N_f^e, x - N_{xy}^e - (N_f^p, x - N_{xy}^p) = 0, V = 0, \bar{w} - w_0 = 0, \bar{w}, y - w_0, y = 0 \quad (6)$$

(3) 連続条件：水平補剛材で分けられた2枚の腹板パネルのうち、上フランジ側のパネルをパネル1、もう一方をパネル2とする。補剛材上で両パネルの x 、 y 、 z 方向の変位と y 方向のたわみ角が連続するので

$$u_h = u_1 = u_2, V_h = V_1 = V_2, \bar{w}_h - w_0h = \bar{w}_1 - w_01 = \bar{w}_2 - w_02, \bar{w}_h, y - w_0h, y = \bar{w}_1, y - w_01, y = \bar{w}_2, y - w_02, y \quad (7)$$

また、水平補剛材に作用する x 、 y 、 z 方向の力のつり合いとねじりに関するつり合いから次式を得る。

$$\begin{aligned} N_h^e, x - (N_{xy1}^e - N_{xy2}^e) - \{N_h^p, x - (N_{xy1}^p - N_{xy2}^p)\} = 0 \\ M_{hz}^e, x_x - (N_{y1}^e - N_{y2}^e) + N_h^e V, x_x + (N_{xy1}^e - N_{xy2}^e) V, x \\ - \{M_{hz}^p, x_x - (N_{y1}^p - N_{y2}^p) + N_h^p V, x_x + (N_{xy1}^p - N_{xy2}^p) V, x\} = 0 \\ M_{hy}^e, x_x - (M_{y1}^e, y - M_{y2}^e, y) - 2(M_{xy1}^e, x - M_{xy2}^e, x) + N_h^e \bar{w}, x_x + (N_{xy1}^e - N_{xy2}^e) \bar{w}, x \\ - \{M_{hy}^p, x_x - (M_{y1}^p, y - M_{y2}^p, y) - 2(M_{xy1}^p, x - M_{xy2}^p, x) + N_h^p \bar{w}, x_x + (N_{xy1}^p - N_{xy2}^p) \bar{w}, x\} = 0 \\ M_{ht}^e, x + (M_{y1}^e - M_{y2}^e) - \{M_{ht}^p, x + (M_{y1}^p - M_{y2}^p)\} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

ここに、 M_{hz} 、 M_{hy} 、 M_{ht} はそれぞれ水平補剛材の弱軸および腹板の中立軸まわりの曲げモーメント、ねじりモーメントである。下添字 h 、1、2 はそれぞれ水平補剛材、パネル1およびパネル2を表す。

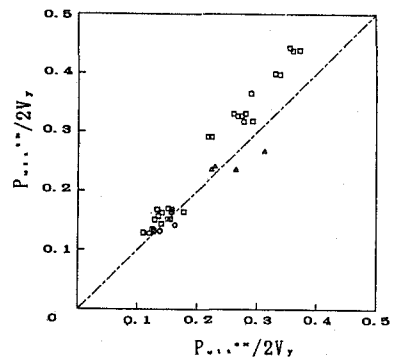
(4) 数値計算法：上述のつり合い式、境界条件式、連続条件式を変位表示し差分法を適用すれば、多元連立非線形代数方程式を得る。それを増分法と修正Newton-Raphson法の混合法で解けば、非線形解を得る。なお、多元連立一次方程式の解法には三角分解法を用い、演算時間を短縮した。また、解析結果が種々のプレートガーダーに適用できるように諸式を無次元化した。

3. 数値解析結果 広範なパラメトリック解析の前に、差分分割数や板厚方向の層数と解の精度を調べた。その結果、腹板を x 、 y 方向にそれぞれ20と30分割、板厚方向に10分割、フランジと水平補剛材を幅と厚さ方向にそれぞれ10と6分割すれば、よい精度の解が得られた。

筆者ら⁴⁾、滝本ら⁵⁾、Janusら⁶⁾が行った実験の結果を参照し、実験崩壊荷重と理論終局強度の関係を図示すれば、図-2を得る。ただし縦軸、横軸はそれぞれ無次元化された理論値と実験値で、 V は腹板の全塑性せん断力である。また、○、△、□はそれぞれ筆者ら、滝本ら、Janusらの結果を示す。なお理論計算の際、初期たわみはその最大値が $w_{0max} = b/2500$ で、 x および y 方向に半波の正弦波とした。図から明らかなように、理論により推定される終局強度は実験結果にかなりよく一致している。

その他の結果については講演会当日に述べる。

図-2



参考文献 1) 土木学会編：座屈設計ガイドライン，1987-10. 2) 堂垣・他：構造工学論文集，Vol. 36A，1990-3. 3) 堂垣・他：土木学会第45回年次学術講演会講演概要集，I-27/28，1990-9. 4) 米澤・他：関西支部年次学術講演会講演概要，1990-6/1991-6. 5) 滝本・他：土木学会第42回年次学術講演会講演概要集，I-67，1987-9. 6) Janus, K., et al. : Acta Technica CSAV, No. 2, pp. 158-195, 1988.