

I-96

ダフフィン型梁の非線形挙動に関する研究

日本大学 正 員 能町純雄

日本大学 正 員 木田哲量

日本大学 正 員 阿部 忠

日本大学 学生員○李 鴻鈞

1. はじめに:

本研究は、ダフフィン型の応力-ひずみ関係を有すると考えられる材料からなる梁をモデルとして解析を行うこととした。解析目的の一つは梁に軸力が作用するときの梁断面内の応力-ひずみの非線形関係を明かにするために応力とひずみが、それぞれ限界に達したときに曲げ現象が発生する場合としない場合の非線形臨界挙動について考察することであり、さらに、梁に軸力が偏心作用ときの細長比、応力およびモーメントの新しい非線形臨界挙動についても考察することである。

2. 解析方法:

応力とひずみの非線形関係は式(1)で表すこととする。

$$\sigma = E \left\{ \varepsilon_c + \kappa y - \frac{(\varepsilon_c + \kappa y)^3}{3\varepsilon_0^2} \right\} \quad (1)$$

ここで、 ε_c :中央ひずみ値、 κ :曲率、 E :ヤング係数、 y :中立軸からの距離、 ε_0 :最大ひずみ、まず、解析モデルは構成する材料の力学特性が式(1)で示される非線形の場合であるから、軸力 N とモーメント M は式(2)、(3)のように表すことができる。

$$N = \int_A \sigma dA \rightarrow \frac{N}{EA\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \frac{\varepsilon_c^3}{3\varepsilon_0^3} - \frac{\varepsilon_c I_2 \kappa^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_0^2 A} \quad (2)$$

$$M = \int_A \sigma y dA \rightarrow \frac{M}{EI_2 \kappa_0} = \frac{\kappa}{\kappa_0} - \frac{\kappa \varepsilon_c^2}{\kappa_0 \varepsilon_0^2} - \frac{I_4 \kappa^3}{3I_2 \kappa_0 \varepsilon_0^2} \quad (3)$$

ここで、 A :部材断面積、なお、部材断面が矩形の場合は $A=B \times h$ 、 $I_2=Bh^3/12$ 、 $I_4=Bh^5/80$ である。さらに、応力が最大の場合に対応する最大曲率は $\kappa_0=2\varepsilon_0/h$ とする、また、 $n=\varepsilon_c/\varepsilon_0$ 、 $m=\kappa/\kappa_0$ とすれば、式(2)、(3)はそれぞれ式(4)、(5)のように表すことができる。

$$N' = n - \frac{n^3}{3} - \frac{nm^2}{3} \quad (4) \quad M' = m - \frac{m^3}{5} - n^2 m \quad (5)$$

次に、モーメントのつり合い関係を図-1に示す関係から求めると、次式のように表すことができる。

$$M + NW = 0 \quad (6)$$

ここで、たわみ $W=W' \sin(\pi x/L)$ とおくと、

$$\kappa = \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 W' \sin \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (7)$$

ここで、 W' は最大たわみであるから、 $x=L/2$

を代入することにより得られる。

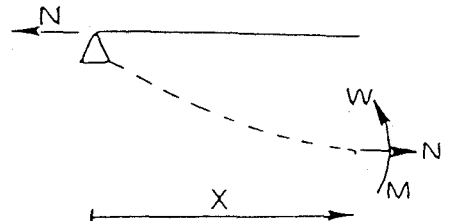


図-1 モーメントのつり合い

$$\therefore W = \kappa \frac{L^2}{\pi^2} \quad \therefore M + \frac{L^2}{\pi^2} \kappa N = 0 \quad (8)$$

式(8)を $EI_2 \kappa_0$ で除し、 M' と m の関係を用いて表すと式(9)となる。

$$M' = - \frac{L^2}{\pi^2} m \frac{N}{EI_2} = - \frac{L^2 m}{\pi^2 EI_2} N' E \epsilon_0 A = - N' \frac{\lambda^2}{\pi^2} \epsilon_0 m \quad (9)$$

式(9)と式(4), (5) の関係より曲率比 m は次式のように表すことができる。

$$\frac{\lambda^2 \epsilon_0}{3 \pi^2} n^3 - n^2 - n \left(\frac{\lambda^2 \epsilon_0}{\pi^2} - \frac{\lambda^2 \epsilon_0}{3 \pi^2} m^2 \right) - \frac{m^2}{5} + 1 = 0 \quad (10)$$

$$\therefore m^2 = \frac{1 - n^2 - \left(n - \frac{n^3}{3} \right) \frac{\lambda^2 \epsilon_0}{\pi^2}}{\frac{1}{5} - \frac{\lambda^2 \epsilon_0}{3 \pi^2} n} \quad (11)$$

次に曲げ現象が発生した後に梁が偏心荷重を受ける場合について考察する。この場合、軸力 N とモーメント M のつり合い関係式は次のようになる。

$$M + N(W + e) = 0 \quad (12)$$

ここで、 e ：偏心距離

式(12)に N と M に関する諸式を代入すると式(13), (14)となる。

$$M' EI_2 \kappa_0 + N' EA \epsilon_0 \left(- \frac{\kappa L^2}{\pi^2} + e \right) = 0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} M' &= -N' \frac{1}{\gamma^2} \left(m \frac{L^2 \epsilon_0}{\pi^2} + \frac{e \epsilon_0}{\kappa_0} \right) \\ &= -N' \frac{\lambda^2}{\pi^2} \epsilon_0 (m + C) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、曲率半径 $\gamma^2 = I_2 / A$ 、偏心に対するパラメータ $C = \frac{e h \pi^2 A}{2 I_2 \lambda^2 \epsilon_0}$

3. 結果及び考察：

梁が軸力を受けているときに曲げ現象が発生する直前における非線形臨界挙動の曲線を図-2に示した、同図における曲率 $m=0$ のときの細長比と応力の関係をから見ると、線形と非線形の差は明らかになった。また、オイラー式は適用できない部分でも、本解析法によれば直接解析が可能となることが明らかになった。曲げ現象が発生するとき図-2における細長比と応力の関係から偏心荷重が作用する場合には偏心量の増加によって応力が減少すること明らかになった。また、細長比とモーメントの関係は図-3より、偏心量の増加によるモーメントの変化も明らかにすることができた。

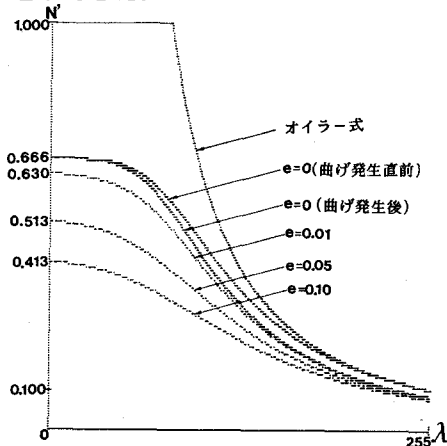


図-2 細長比と応力の関係

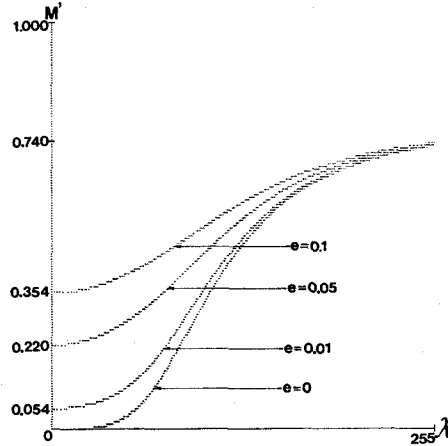


図-3 細長比とモーメントの関係