

I-95

鉄筋コンクリートばりの一非線形解析法

日本大学 正 員 能町 純雄
 日本大学 正 員 木田 哲量
 日本大学 正 員 澤野 利章
 日本大学 学生員 〇藤澤 一朗

1. はじめに 従来構造物における応力とひずみの関係はフックの法則に従うものとして設計されてきた。しかし、構造物の設計基本概念は限界状態設計法へと移行しつつあり、その適用のためには実際の挙動に近い応力とひずみの関係を把握した解析を行う必要がある。構造物を構成する部材には応力とひずみの関係がフックの法則には従わないものもあることから、応力がひずみの3次式で示される非線形関係の場合について、鉄筋コンクリート単純ばりに等分布荷重が作用したときの非線形たわみを算出し、構造物の力学的性質を検討する一助とする。

2. ダフフィン型応力-ひずみの関係 外力の作用によって生ずるひずみ ε と応力 σ の非線形関係を、はり部材に軸力 N と曲げモーメント M が作用した場合のひずみ ε と部材曲率 κ の関係式(1)から、式(2)のように表すことにする。

$$\varepsilon = \varepsilon_c + \kappa y \quad (1)$$

$$\sigma = E \left(\varepsilon_c + \kappa y - \frac{(\varepsilon_c + \kappa y)^3}{3\varepsilon_0} \right) \quad (2)$$

ここで、 ε_0 ; 応力が最大値を示すときのひずみ値、 ε_c ; はり断面の中央ひずみ、 κ ; 曲率、 y ; 中立軸からの距離。

3. 解析方法 荷重が作用している場合の鉄筋コンクリートはり部材に生ずるモーメントは、部材断面積 A 、鉄筋比 p 、鉄筋図心間距離 h' とすると、式(3)により与えられる。

$$M = EI_2 \kappa - EI_2 \kappa \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_0^2} - \frac{EI_4 \kappa^3}{3\varepsilon_0^2} + \frac{h'^2}{4} p A E_s \kappa \quad (3)$$

ここで、はり部材が矩形断面($b \times h$)の場合には、断面二次モーメント、断面四次モーメントはそれぞれ、 $I_2 = bh^3/12$ 、 $I_4 = bh^5/80$ となる。また応力が最大となるときの最大曲率を $\kappa_0 = 2\varepsilon_0/h$ とすると、この関係を代入して $EI_2 \kappa_0$ で割ることにより式(4)を得る。

$$\frac{M}{EI_2 \kappa_0} = \frac{\kappa}{\kappa_0} - \frac{\kappa}{\kappa_0} \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_0^2} - \frac{I_4 \kappa^3}{3I_2 \varepsilon_0^2 \kappa_0} + \frac{h'^2 E_s \kappa}{4EI_2 \kappa_0} \quad (4)$$

式(4)において、軸力 N は作用していないものとする中央ひずみ ε_c は0となるので右辺第二項は無視できることとなる。また、 $M' = M/EI_2 \kappa_0$ 、 $m = \kappa/\kappa_0$ とおき、鉄筋とコンクリートのヤング係数比 $q = E/E_s$ とおくと、式(4)は式(5)となる。

$$M' = m \left(1 + 3pq \left(\frac{h'}{h} \right)^2 \right) - \frac{m^3}{5} \quad (5)$$

式(5)における、 M' 、 m はともに最大曲率に対する曲率の割合であり、 m^3 の項の影響により線形関係の曲率と比較した非線形関係の曲率増加分となるものである。

次に、はり部材に荷重が作用したときのたわみの算出方法について述べる。まず、単純ばりの支間 L を $(S-1)$ 等分し、 r 番目の点のたわみを w_r とすると式(6)のような関係を得ることができる。

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dx} &= \frac{w_{r+1} - w_r}{\Delta X} = \frac{w_{r+1} - w_r}{L/S} \\ \therefore \frac{d^2 w}{dx^2} &= \frac{w_{r+1} - 2w_r + w_{r-1}}{(\Delta X)^2} = -m_{xr} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、フーリエ定和分変換の関係式(7)、式(8)において $f(x)$ を m_{xr} に置き換えることにより、式(9)、(10)の関係が得られ、さらにたわみの関数で置き換えることによって、式(11)、(12)のように表すことができる。なお、 i と S は正の整数である。

$$\sum_{r=0}^{S-1} f(x) \sin \frac{i\pi r}{S} = \phi_{(i)} \quad (7) \quad \frac{2}{S} \sum_{i=0}^{S-1} \phi_{(i)} \sin \frac{i\pi r}{S} = f(x) \quad (8)$$

$$\sum_{r=0}^{S-1} m_{xr} \sin \frac{i\pi r}{S} = \phi_{(i)} \quad (9) \quad \frac{2}{S} \sum_{i=0}^{S-1} \phi_{(i)} \sin \frac{i\pi r}{S} = m_{xr} \quad (10)$$

$$w_r = \sum_{i=0}^{S-1} W_i \sin \frac{i\pi r}{S} \quad (11) \quad W_i = \frac{2}{S} \sum_{r=0}^{S-1} w_r \sin \frac{i\pi r}{S} \quad (12)$$

ここで、 w_r 、 W_i は任意点におけるたわみである。また、式(6)より、

$$w_{r+1} - 2w_r + w_{r-1} = -m_{xr}(\Delta x)^2$$

$$\therefore \sum_{i=0}^{S-1} W_i \times 2(\cos \frac{i\pi}{S} - 1) \sin \frac{i\pi r}{S} = -(\Delta x)^2 \frac{2}{S} \sum_{i=0}^{S-1} \phi_{(i)} \sin \frac{i\pi r}{S} \quad (13)$$

式(13)において、 $D_i = -2(\cos \frac{i\pi}{S} - 1)$ とおくことにより、

$$W_i D_i = (\Delta x)^2 \frac{2}{S} \phi_{(i)} \quad (14)$$

さらに、式(14)に、式(7)を代入すると、

$$W_i = (\Delta x)^2 \frac{2}{S} \sum_{r=0}^{S-1} m_{xr} \sin \frac{i\pi r}{S} / D_i \quad (15)$$

$$\therefore w_r = \sum_{i=0}^{S-1} (\Delta x)^2 \frac{2}{S} \left(\sum_{r=0}^{S-1} m_{xr} \sin \frac{i\pi r}{S} \right) \sin \frac{i\pi r}{S} / D_i \quad (16)$$

となり、式(16)により任意点でのたわみ w_r が求められる。

4. 結果および考察 数値解析は、式(16)により与えられる式を用い、モデルとして鉄筋比 $p=0.01264$ 、かぶり $d'=5\text{cm}$ 、断面寸法 $35\text{cm} \times 70\text{cm}$ の複鉄筋長方形断面を持つ単純ばりのスパンを 5m として行った。まず、式(16)における m_{xr} は任意点での最大曲率に対する曲率の割合を示すものであることから、等分布荷重を 35.5t/m として任意点の曲げモーメント値を算出し、最大曲率に対する曲率の割合 M' を求めた。

この M' を式(5)に代入し非線形解析を行なった時の曲率 m を m_{xr} として計算すると各点における非線形のたわみが図-1、として得られる。

図-1より、非線形たわみは支間全体において線形関係としたものより大きく、最大値が生ずる支間中央点では線形関係のものと比較して19.7%の増加となっている。このことから、非線形解析を行なうことによって得られたたわみが従来の線形解析より大きくなるため実際の挙動が限界状態付近において線形解析では不都合が生じることが考えられる。

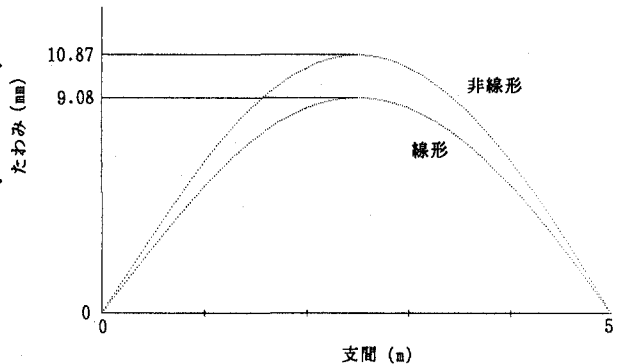


図-1 たわみ