

I-91

## 組合せ荷重を受ける変断面I型部材の弾塑性有限変位解析

中央復建コーカソス株 正会員○泉谷 努 関西大学工学部 正会員 米澤 博  
関西大学工学部 正会員 堂垣正博

1. まえがき 作用モーメントが部材軸方向に変化する場合、その大きさに応じて断面を変化させた部材がしばしば用いられる。変断面部材の不安定性に関する研究は多数なされているが、幾何学的・材料的非線形性を考慮した理論的研究は少ないようである。<sup>1)</sup> ここでは圧縮力と両端で大きさの異なる曲げモーメントを受ける2軸対称の変断面I型部材を対象に、初期変形と残留応力を考慮した弾塑性有限変位挙動を差分法で解析する。種々の変断面形式を考えられるが、ここでは腹板高が部材軸方向に直線的に変化する場合を扱う。部材断面の形状、両端に作用する曲げモーメントの比、圧縮力と曲げモーメントの作用する割合などと部材の終局強度との関係を明らかにする。

2. 基礎式 図-1に示すような長さ $\ell$ 、フランジの幅と厚さが $b_f$ 、 $t_f$ で、厚さ $t_w$ の腹板の高さが左端から右端へ $b_{w0}$ から $b_{w1}$ と直線的に減少するテーパー付きI型部材（以後、 $\alpha = b_{w1}/b_{w0}$ をテーパー比と呼ぶ）に圧縮力 $N_0$ と両端で大きさの異なる強軸まわりの曲げモーメント $M_{z0}$ 、

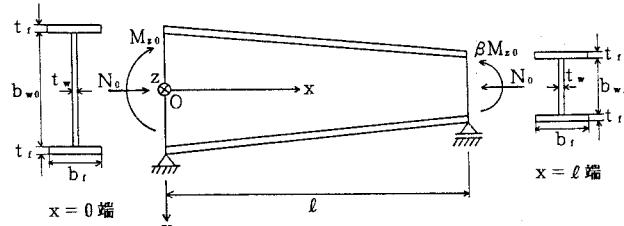


図-1

$\beta M_{z0}$ が作用する場合の複合非線形挙動を明らかにする。解析上、次の仮定を設ける。1)部材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化は考えない。2)フランジと腹板の局部座屈は考えない。3)横断面の寸法に比べ部材は十分に長く、せん断変形による付加変位は無視する。4)塑性化に伴うせん断中心の移動は考えない。

テーパー付き部材が圧縮力と両端で大きさの異なる強軸まわりの曲げモーメントを受けて横ねじり座屈する場合、弾塑性有限変位場のつり合い式はLinあるいはMassonnetの弾塑性手法に従って

$$N_{xx} = 0 \quad \dots (1)$$

$$M_{zx} + N_x \bar{v}_{xx} - M_y \bar{\phi}_{xx} - M_{yy} \bar{\phi}_{xx} = 0 \quad \dots (2)$$

$$M_{yy} + N_x \bar{w}_{yy} + M_z \bar{\phi}_{yy} + M_{zz} \bar{\phi}_{yy} = 0 \quad \dots (3)$$

$$M_{xx} + (I_{cp}/A)N_x \bar{\phi}_{xx} + M_z \bar{w}_{yy} + M_{zz} \bar{w}_{yy} - M_y \bar{v}_{xx} - M_{yy} \bar{v}_{xx} = 0 \quad \dots (4)$$

のように得られる。ここに $\bar{v}$ 、 $\bar{w}$ 、 $\bar{\phi}$ はそれぞれ鉛直および水平方向の全たわみと全ねじり角で、荷重による変位と初期変位 $v_0$ 、 $w_0$ 、 $\phi_0$ の和で与えられる。 $I_{cp}$ は図心に関する断面2次極モーメント、Aは部材断面積である。 $N_x$ 、 $M_z$ 、 $M_y$ 、 $M_x$ はそれぞれ弾塑性状態での軸力、zおよびy軸まわりの曲げモーメント、ねじりモーメントであり、次式で与えられる。

$$N_x = N_x^e - N_x^p, \quad M_z = M_z^e - M_z^p, \quad M_y = M_y^e - M_y^p, \quad M_x = M_x^e - M_x^p \quad \dots (5)$$

ここに上添字eとpは、部材が弾塑性状態であっても全断面が弾性のままであると仮定して求められる断面力と、それを修正し真の断面力を得るために導入された仮想的な断面力である。仮想断面力は、全断面弾性を仮定して得られる応力によるvon Misesの等価応力が降伏点応力を超過した場合、その超過量を降伏した断面内にわたって数値積分して求められる。なお、コンマに続く下添字はそれに関する微分を表し、たとえば $N_{xx} = dN_x/dx$ である。

圧縮力と両端で大きさの異なる曲げモーメントを受ける変断面部材が水平および鉛直方向に単純支持され、そり拘束されていない場合

$$x=0 \text{ 端: } u=0, \bar{v}=v_0, \bar{v}_{xx} - v_{0,xx} = \theta_{z0}, \bar{w}=w_0, M_y=0, \bar{\phi}=\phi_0, M_\omega=0 \quad \dots (6)$$

$$x=\ell \text{ 端: } u=u_e, \bar{v}=v_0, M_z=\beta M_{z0}, \bar{w}=w_0, M_y=0, \bar{\phi}=\phi_0, M_\omega=0 \quad \dots (7)$$

で境界条件が与えられる。ただし、 $u_e$ は圧縮力と等価な軸方向の強制変位、 $\theta_{z0}$ は強軸まわりの曲げモー

メントに等価な強制的なたわみ角である。また、 $x = \ell$  端に作用する曲げモーメントは  $x = 0$  端に作用する曲げモーメントの  $\beta$  倍で与えられる。 $M_\omega$  はそりモーメントである。

上述のつり合い式と境界条件式を変位表示し、それらに差分法を適用すれば、多元連立の非線形代数方程式を得る。これを増分法と修正Newton-Raphson法の混合法で解けば、非線形解が求められる。

**3. 数値解析結果** 種々の分割数に対し数値解の精度を調べた結果、部材軸方向に20分割、断面内の塑性域を定めるために腹板を高さ方向に20分割およびフランジを幅方向に20分割すればよいことがわかった。なお初期不整として、半波の正弦波に分布する水平方向の初期たわみと部材軸まわりの初期ねじり、お

よび図-2のようにフランジの端部がガス切断された溶接部材の残留応力を仮定した。初期変形の最大値、腹板部およびフランジ部での最大圧

	$w_m (\times 10^{-3} \ell)$	$\phi_m (\times 10^{-3} \ell / 0.5 b_{w0})$	$\sigma_{re} (\times \sigma_r)$
平均値相当	0.3	-0.25	-0.12
上限値相当	0.8	-0.4	-0.24

縮残留応力として、表-1に示す過去になされた実測値から得られた平均値と上限値に相当する2ケースを考えた。<sup>2)</sup> また、降伏点応力  $\sigma_y = 2400 \text{ kgf/cm}^2$  ( $235 \text{ MPa}$ )、ヤング率  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$  ( $206 \text{ GPa}$ )、ポアソン比  $\nu = 0.3$  とした。

本解析法の妥当性を検討するため、本数値解を塩見・倉田ら<sup>3)</sup>によってなされた圧縮力と最大断面に曲げを受ける変断面はり一柱の実験結果と比較する。本結果と実験結果の関係は図-3のようになる。ここに、縦軸と横軸はそれぞれ本解析結果と実験値の終局曲げモーメントの無次元量を示す。図から明らかなように、本解析理論によって圧縮力と不等曲げを受ける変断面部材の終局強度を精度よく求めることができる。

圧縮力と両端でのモーメント比  $\beta = 0.75$  の曲げモーメントがテーパー比  $\alpha = 0.75$  の変断面はり一柱に作用する場合、種々の修正細長比  $\lambda_s (= \ell / \pi \times \sqrt{\sigma_y A_0 / E I_{y0}})$  に対する終局強度相関曲線は図-4のようになる。ただし、図の(a), (b)はそれぞれ平均値と上限値相当の初期不整を考えた場合の結果である。また、 $A_0$ ,  $I_{y0}$  やび図中の  $N_{p0}$  と  $M_{p20}$  はそれぞれ  $x=0$  端の断面積、弱軸まわりの断面2次モーメント、全断面塑性の軸力とモーメントである。

修正細長比  $\lambda_s = 1.5$  でテーパー比  $\alpha = 0.5$  の変断面はり一柱に種々のモーメント比  $\beta$  の曲げモーメントと圧縮力が作用する場合、その終局強度相関曲線は図-5のようになる。ただし、図(a), (b)はそれぞれ平均値と上限値相当の初期不整の場合の結果である。

なお、他の計算結果は講演会当日述べる。

**参考文献** 1) 福本博士編：座屈設計ガイド

ドライバー、土木学会、1987-10. 2) 西村・笠原・福本：土木学会論文集、No. 416/I-13, pp. 357-364, 1990-4. 3) 塩見・西川・倉田：土木学会論文報告集、No. 334, pp. 163-172, 1983-6.

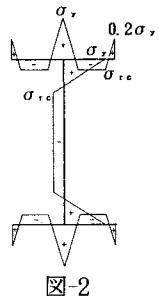


図-2

表-1

	$w_m (\times 10^{-3} \ell)$	$\phi_m (\times 10^{-3} \ell / 0.5 b_{w0})$	$\sigma_{re} (\times \sigma_r)$
平均値相当	0.3	-0.25	-0.12
上限値相当	0.8	-0.4	-0.24

縮残留応力として、表-1に示す過去になされた実測値から得られた平均値と上限値に相当する2ケースを考えた。<sup>2)</sup> また、降伏点応力  $\sigma_y = 2400 \text{ kgf/cm}^2$  ( $235 \text{ MPa}$ )、ヤング率  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$  ( $206 \text{ GPa}$ )、ポアソン比  $\nu = 0.3$  とした。

本解析法の妥当性を検討するため、本数値解を塩見・倉田ら<sup>3)</sup>によってなされた圧縮力と最大断面に曲げを受ける変断面はり一柱の実験結果と比較する。本結果と実験結果の関係は図-3のようになる。ここに、縦軸と横軸はそれぞれ本解析結果と実験値の終局曲げモーメントの無次元量を示す。図から明らかなように、本解析理論によって圧縮力と不等曲げを受ける変断面部材の終局強度を精度よく求めることができる。

圧縮力と両端でのモーメント比  $\beta = 0.75$  の曲げモーメントがテーパー比  $\alpha = 0.75$  の変断面はり一柱に作用する場合、種々の修正細長比  $\lambda_s (= \ell / \pi \times \sqrt{\sigma_y A_0 / E I_{y0}})$  に対する終局強度相関曲線は図-4のようになる。ただし、図の(a), (b)はそれぞれ平均値と上限値相当の初期不整を考えた場合の結果である。また、 $A_0$ ,  $I_{y0}$  やび図中の  $N_{p0}$  と  $M_{p20}$  はそれぞれ  $x=0$  端の断面積、弱軸まわりの断面2次モーメント、全断面塑性の軸力とモーメントである。

修正細長比  $\lambda_s = 1.5$  でテーパー比  $\alpha = 0.5$  の変断面はり一柱に種々のモーメント比  $\beta$  の曲げモーメントと圧縮力が作用する場合、その終局強度相関曲線は図-5のようになる。ただし、図(a), (b)はそれぞれ平均値と上限値相当の初期不整の場合の結果である。

なお、他の計算結果は講演会当日述べる。

**参考文献** 1) 福本博士編：座屈設計ガイド

ドライバー、土木学会、1987-10. 2) 西村・笠原・福本：土木学会論文集、No. 416/I-13, pp. 357-364, 1990-4. 3) 塩見・西川・倉田：土木学会論文報告集、No. 334, pp. 163-172, 1983-6.

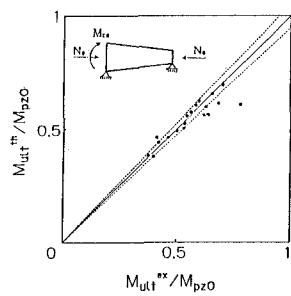


図-3

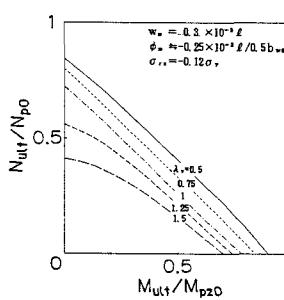


図-4(a)

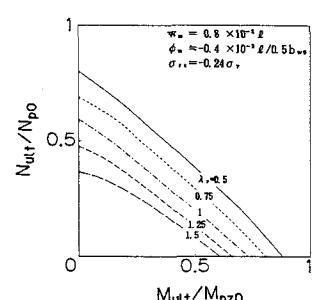


図-4(b)

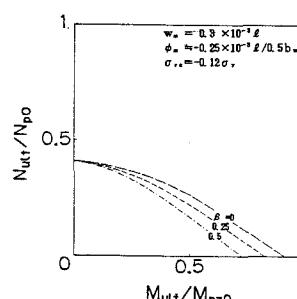


図-5(a)

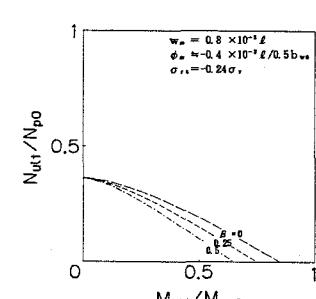


図-5(b)