

I-69 面内曲げとせん断の組合せ荷重を受ける平板の後座屈解析

J R 東海 正 員○長縄卓夫
岐阜大学工学部 正 員 森脇良一

1. まえがき

平板の後座屈強度を明らかにすることは、薄板構造を主体とする構造物の耐荷力を論じる場合、重要な解析の一つと考えられる。

鋼桁のプレートガダー腹板を対象とする場合、その境界条件は、非載荷辺である上下辺固定、載荷辺である左右辺単純支持と考えるのが一般的とされている¹⁾が、従来の研究例においては、固定のたわみ関数かなり複雑であるために、非載荷辺を固定支持として解析したものはほとんど見られない。そこで、固定の境界条件を満たし、しかも従来のものに比べて非常に簡単なたわみ関数²⁾によって、載荷辺単純支持、非載荷辺固定支持の平板が面内曲げとせん断の組合せ荷重を受ける場合の後座屈領域における各種性状を明らかにしたので報告する。

2. 研究方法

今回解析に用いたモデル及び載荷状態は、図-1に示すとおりであり、固定の境界条件を満たすたわみ関数を含む、式(1)に示す近似式²⁾を用いた。

$$w = t \sum_m \sum_n (A_{mn} + B_{mn}) \left\{ \cos \frac{(m-1)\pi}{a} x - \cos \frac{(m+1)\pi}{a} x \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \cdots (1)$$

ここで、 A_{mn} は初期たわみ、 B_{mn} は付加たわみのたわみ関数の係数である。応力とひずみの関係を考えるにあたって、Marguerre の式を適用した。式(1)を偏微分することにより、Marguerre の式は、次に示す式(2)のように変形することができる。

$$J_x \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2J_z \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + J_y \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = \frac{t^2 \pi^4}{a^2 b^2} \sum_p \sum_q C_{pq} \cos \frac{p\pi}{a} x \cos \frac{q\pi}{b} y \quad \cdots (2)$$

ここに、 $J_x = 1/E_y t$, $J_y = 1/E_x t$, $2J_z = 1/Gt - \nu_x J_y - \nu_y J_x$ 。

ただし、 F はAiryの応力関数、 t は板厚、 E_x 、 E_y 、 ν_x 、 ν_y は x 、 y 座標軸方向の板の弾性定数とポアソン比、 G は板のせん断弾性定数である。

この式の特異解として、応力関数 F_1 を、式(3)のように置くことができる。

$$F_1 = t^2 \sum_p \sum_q \phi_{pq} \cos \frac{p\pi}{a} x \cos \frac{q\pi}{b} y \quad \cdots (3)$$

また、外力条件から定まる応力関数 F_0 で、面内曲げとせん断力の組合せ荷重が作用する場合のものは N_y と N_{xy} を中立面における単位幅当りの軸方向圧縮力とせん断力とすると、式(4)の様に表すことができるので、Airyの応力関数 $F = F_1 + F_0$ を得ることができる。

$$F_0 = -N_y (ax^2/2 - \phi x^3/6) / a - N_{xy} xy \quad \cdots (4)$$

以上を用いて、等方性の正方形板について x 方向 y 方向それぞれにたわ

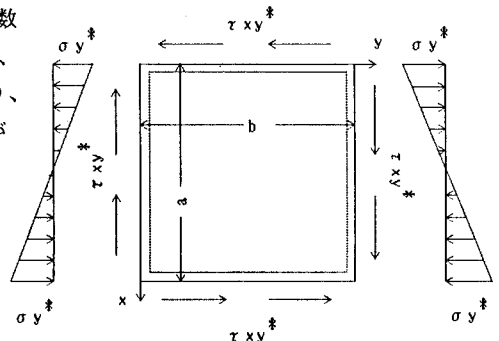


図-1 解析モデル

と荷重状態

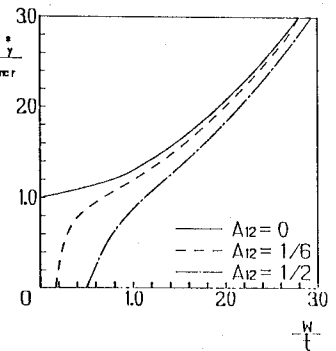


図-2 荷重とたわみの関係

み関数を第3項まで仮定して解析を行った。なお解析にあたっては平板の様な単純な構造物を対象にした幾何学的非線形性の問題に有効と考えられるGalerkin法を用い、それによって得られる9元3次方程式は、Gauss-Seidel法と二分法の混合解法を用いて解いた。

3. 結果及びその考察

本解析では $a=100\text{cm}$ 、 $b=100\text{cm}$ 、 $t=1.0\text{cm}$ 、 $\phi=3$ 、座屈係数 28.5として、 $x=1/3a$ 、 $y=1/4b$ の点について解析を行った。ここで、 ϕ は曲げとせん断の応力比である。その結果及び考察は次の通りである。

板中央でのたわみと作用する応力の関係を図-2に示す。 σ_y^* は中立面における単位面積あたりの外力、 σ_{mer} は縦横比1の平板に面内曲げとせん断力が $\phi=3$ で作用する場合の座屈応力である。既に発表済みのせん断力が作用する場合³⁾と同様の性質を有する曲線となることがわかる。

板中央での膜応力と作用する応力の関係を図-3に示す。 σ_e はEulerの座屈応力度である。座屈後に圧縮側軸方向応力 $-\sigma_y$ が引張側に移行するのが面内曲げが作用する場合よりも顕著に認められるが、これは曲げ座屈による断面欠損と、せん断座屈による斜め張力場の現象が、重なって作用した結果であると考えられる。また、初期たわみを有する場合の曲線と、初期たわみの無い場合の曲線を比較してみると、 σ_x と $-\sigma_y$ のグラフにおいて、座屈荷重の50%程度から両曲線の差が明確になり、座屈荷重において最大となった後荷重の増加に従って両曲線は急速に漸近し、せん断を受ける板の場合と同様に、この程度の初期たわみが膜応力に及ぼす影響は座屈後早期に解消されることがわかった。

板表面での面外たわみによる応力と作用応力の関係を図-4に示す。グラフは、せん断の場合と同様に、横軸の尺度を除けばたわみと作用する応力の関係を示す、図-2と同じくほぼ放物線を描く。

$\sigma_y^*=2.0\sigma_{mer}$ で初期たわみが無い場合の面外たわみの状態を図-5、初期たわみが $A_{33}=0.5$ で与えられている場合を図-6に示す。図-5では面内曲げの場合と同じく、載荷方向に2半波のモードが卓越しているが、せん断の影響のため平板の対角方向に帯状に凸形のたわみ波形もみられる。また、図-6のように載荷方向、非載荷方向ともに3半波の初期たわみを与えると、さらにこの帯状のたわみ波形が顕著になる。

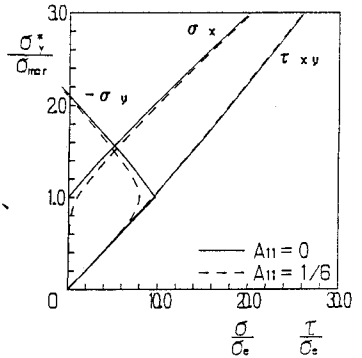


図-3 荷重と膜応力の関係

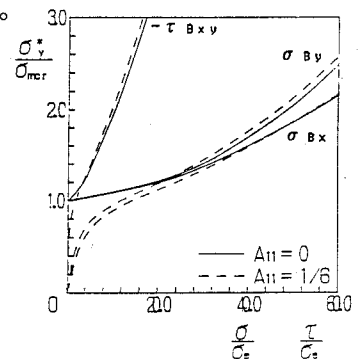


図-4 荷重と面外たわみ
による応力の関係

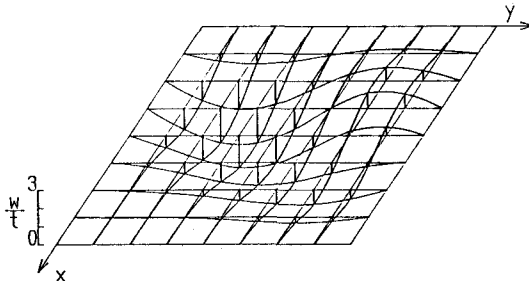


図-5 面外たわみ図 初期たわみ無し

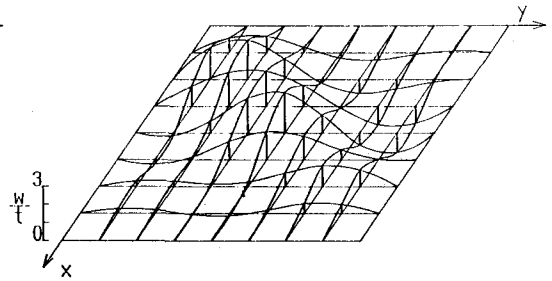


図-6 面外たわみ図 $A_{33} = 0.5$

参考文献 1)例えば、森脇良一・藤野眞之： 初期不整を有するプレートガーダーの純曲げ強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第294号，1977年8月。 2)森脇良一・奈良敬： 面内組合せ荷重を受ける鋼桁腹板の座屈強度，構造工学論文集，Vol. 35A, pp127-134, 1989年3月。 3)長縄卓夫・森脇良一・奈良敬： せん断を受ける平板の後座屈解析，第45回土木学会年次学術講演概要集，1-35，1990年9月。