

新潟大学大学院 学生員 宮野裕一
新潟大学工学部 正会員 阿部和久

1. はじめに 積雪の力学的性質は一般に粘弾性体として記述されるが、雪底や斜面積雪などの長時間に渡る変形挙動は亀裂の発生、接触、滑動など複雑で、有限要素法など連続体を対象とした離散化法では解析過程の構成が複雑となる面がある。一方、個別要素法は個々の要素の運動を逐次求め、その集合体の挙動を解き進める手法であり、上述のような複雑な挙動も比較的容易に解析することが可能である。本報告は、積雪を対象に、連続体の粘性挙動の解析に個別要素法を適用するための解析手順を構成し、その適用性を検討したものである。

2. 積雪の力学的性質 積雪の長時間に渡る変形挙動では主に粘性の性質が重要である。積雪の粘性係数 η は、含水率、密度 γ および雪温 θ に依存し、含水率0のしまり雪の一次元変形式に対する η は次の様な実験式で与えられる¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \bar{\eta} \cdot \Phi(\theta, \gamma) \\ \Phi(\theta, \gamma) &= e^{0.089(10\theta - 5) + 23.5\gamma} \end{aligned} \right\} (1)$$

なお、積雪は一軸圧縮の下では断面積が不変で、ポアソン比 $\nu=0$ となり、引張りに対しては体積がほぼ一定で $\nu=0.5$ となる。これらの関係より、引張り、圧縮、せん断に対する式(1)中の係数 $\bar{\eta}_t, \bar{\eta}_c, \bar{\eta}_s$ の比は $\bar{\eta}_t : \bar{\eta}_c : \bar{\eta}_s = 3:2:1$ となり、圧縮より引張りに対して強いという特徴を有する。また、式(1)のように粘性係数は雪温と密度とに対し指数的に変化するため、例えば変形中に γ が $0.2(\text{g}/\text{cm}^3)$ から $0.5(\text{g}/\text{cm}^3)$ にまで増加したとすると粘性係数は約 10^3 倍に増大することとなり、非常に大きな変動幅を有する。

3. 要素モデルの検討 個別要素法では、要素間にバネとダッシュポットで構成された接触要素が導入されるが、粘性体の挙動の表現には直列ダッシュポットの導入が必要となる。そこで図-1に示す要素モデルを基本とし、幾つかのモデルについて適用性を検討した。図-1で $\eta_2=\infty$ とした場合、個別要素モデルとして多く用いられているVoigtユニットを得る。また $\eta_1=\infty$ とした場合はダッシュポット η_2 のみの要素となり、 $\eta_1=0$ の場合にはMaxwellユニットとなる。なお、Voigtユニットでも、 k を十分小さくすれば、ダッシュポット η_1 による粘性の挙動解析が可能となる。時間積分にオイラースキームを適用した場合、上の3モデルでは、一定の時間増分に対し、粘性係数の安定範囲に下限と上限とが存在する。上述の様に、積雪の粘性係数の変動幅は非常に大きく、実質上無限大に近い値をとる可能性があるため、粘性係数の安定範囲に上限が存在するモデルによる解析は困難である。一方、図-1に示す要素モデルを使用し、 η_2 により粘性の挙動を表現する場合、 k と η_1 により構成されるVoigtユニット部の応答が安定である限り、 η_2 の安定範囲には上限がなく、積雪の解析に適したモデルが得られる。そこで、図-1のモデルを接触要素に用いた。

図-1の要素モデルによる計算手順を以下に示す。

個別要素 i, j 間に作用する力を F 、Voigtユニット部および直列ダッシュポット部での変位をそれぞれ u_1, u_2 、要素間の相対変位を $u(u=u_1+u_2)$ 、要素 i の座標を x_i とすると、 F は次式で与えられる。

$$F = m \ddot{x}_i \quad (2)$$

$$= \eta_2 \dot{u}_2 \quad (3)$$

$$= F_k + F_\eta \quad (F_k = k u_1, F_\eta = \eta_1 \dot{u}_1 = \eta_1(\dot{u} - \dot{u}_2)) \quad (4)$$

ここで、 m は要素質量、 F_k, F_η はそれぞれVoigtユニットのバネとダッシュポットに作用する力であり、 $(\dot{\cdot})$ は時間微分を表わす。

式(3),(4)より $\dot{u}_2$ は次式で与えられる。

$$\dot{u}_2 = \frac{1}{\eta_1 + \eta_2} \{ k(u - u_2) + \eta_1 \dot{u} \} \quad (5)$$

また、式(2),(4)より、要素 j より要素 i に作用する力 F は次式で与えられる。

$$F = \frac{\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \{ k(u - u_2) + \eta_1 \dot{u} \} \quad (6)$$

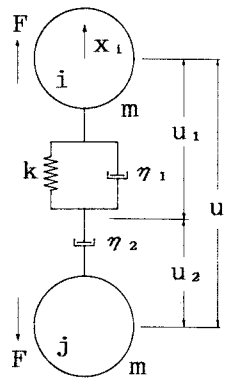


図-1 要素モデル

式(6)より各接触要素からの作用力を加え、その総和 ΣF を求めれば、要素 i の加速度は $\ddot{x}_i = \Sigma F/m$ より与えられる。なお第 $n+1$ ステップにおける $u_{2, n+1}$, $x_{i, n+1}$ はオイラースキームにより求める。

4. 粘性係数の設定 解析に当り、個別要素の集合体が2. に述べたような力学特性を有するように、各要素間の粘性係数 η を設定することが必要である。一軸载荷での引張りと圧縮の粘性係数 η_e と η_c の比は、平面ひずみ状態下では $\eta_e : \eta_c = 2:1$ となる。そこで、一軸载荷における集合体の η_e と η_c との比が2となるように引張りと圧縮時の要素間の粘性係数 η_{e2} と η_{c2} との比を設定した。また、各要素間の粘性係数に対し式(1)と同様の密度依存性を適用し、要素間の相対変位に基づき局所的な密度の評価を行なった。

Voigtユニットのバネ定数 k は解析対象全体の骨格を支え得るだけのものでなければならず、時間増分 Δt の安定範囲はそれにより制限される。一方、雪の変形に要する時間のオーダーは Δt に比べ非常に長く、実時間での解析は事実上不可能である。そこで、解析上と実際における時間と粘性係数 τ , $\bar{\tau}$ および t , $\bar{t}$ との関係を次式により変換し、解析条件の設定を行なった。

$$F = \bar{\tau} \cdot \Phi \cdot \frac{du}{dt} = \bar{\tau} \cdot \Phi \cdot \frac{du}{d\tau}, \quad \tau = ct, \quad c = \bar{\tau}/\bar{t} \quad (7)$$

ここで c は解析と実際との時間比率である。なお $\bar{\tau}$ は上述の一軸载荷の解析結果より求めた。

5. 解析例 梁が埋められている積雪の沈降解析を行なった。解析諸条件は図-2に示す通りである。 $\tau=3.0$ 秒における変形図を図-3に、その時の梁の周囲の要素間に作用している圧縮力、引張力、およびせん断力図をそれぞれ図-4,5,6に示す。圧縮力とせん断力は梁の上部に分布しているが、引張力は、梁の上部から斜め下方に渡り発生しており、下方からの引張力が沈降荷重に寄与している様子が分かる。

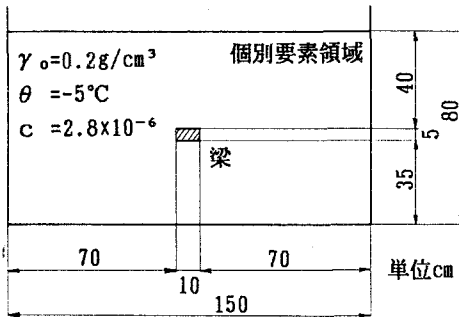


図-2 解析条件

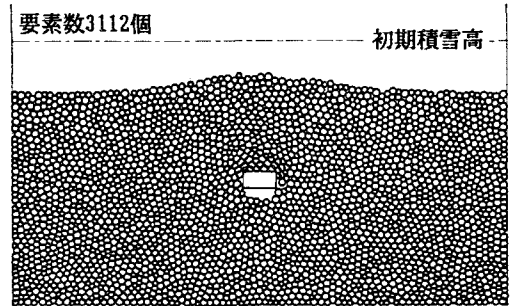


図-3 変形図($\tau=3.0$ 秒)

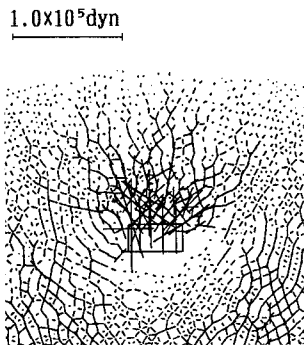


図-4 圧縮力図

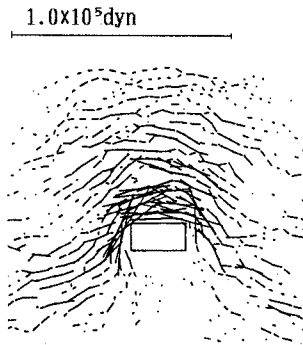


図-5 引張力図

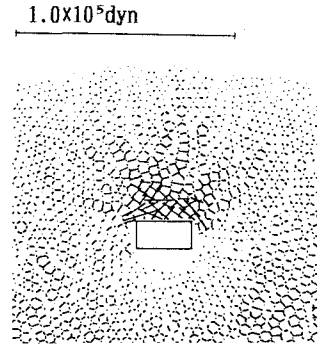


図-6 せん断力図

6. おわりに 積雪の変形解析に対し個別要素法の適用を試み、要素モデルや粘性係数の設定等について検討した。解析を通し、積雪の定性的挙動が個別要素解析により把握し得ることが確かめられた。

<参考文献> 1) 日本建設機械化協会編：新防雪工学ハンドブック，第1章，森北出版