

I-53

3次元有限要素解析のための要素自動分割法

岡山大学大学院 学生員 ○ 福岡康文
 (株)大林組 太田 親
 岡山大学工学部 正 員 谷口健男

1. まえがき 電子計算機の進歩にともなって、今日の数値解析では複雑な3次元問題を扱うことも多くなった。しかし、複雑な形状を有する3次元領域の要素分割法については、いまだにユーザーの満足のいく手法は確立されていないと言える。そこで本研究では、現在要素分割法として広く利用されているデラウニー法と八分木法を併用した複雑な3次元領域のためのメッシュ・ジェネレータを提案する。

2. デラウニー三角分割の拡張 汎用的な要素分割法であるデラウニー法の欠点は、対象領域を決定する境界という概念がないため、凹凸を有する3次元領域にはそのままの形で適用できないことにある。本研究で提案する分割法は、大きく2つの部分に大別される。

第1段階：3次元体表面の形成、及び表面の三角形要素生成 3次元体表面に位置する節点だけを扱い、三角形を生成し、それらをつらねて表面を形成する。

第2段階：3次元体の内部の四面体分割 3次元体内部に置かれた点を用い、また、第1段階で生成された三角形を用いて領域内部に四面体を生成する。

なお、対象となる3次元体の形が複雑な場合、プロッキング法の考え方を導入する。すなはち、その表面を分割し個々の表面形成、及び三角分割し、その後全体の表面を作り出す。第2段階ではデラウニー三角分割を利用するが、それを高速化したものをあらたに開発し利用する。

（第1段階：3次元体表面の形成及びその三角形分割）

(1). データの入力 （表面の個数、各表面の周辺上の点番号、表面上の点座標、各表面上に位置する1個の三角形）

(2). 重みの入力 “滑らかさ” と “近傍度” に対する重み与える。このパラメータ設定は、対象とする面の性質により決める。

(3). 与えられた三角形の1辺を取り出し、その辺から $\max(\alpha \log \theta + \beta \log \phi)$ を満足する点を探す。その点と基準とした辺で三角形を作る。（図1参照）

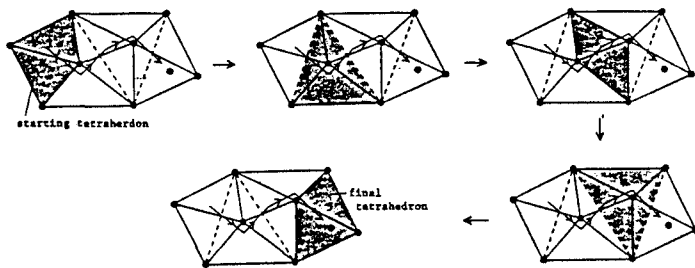


図1 四面体探索アルゴリズム

〔各表面上に位置する点すべてに対して(3)を繰り返す〕

〔(2), (3) を表面の個数分だけ繰り返す〕

(4). 各表面周辺上の点番号を利用して3次元体表面を作る。

（第2段階：3次元体内部の四面体分割）

(5). 内部節点の発生 （以下に詳述する¹⁾）

(6). ビン・ソーティングによる内部節点順序の並べ替え²⁾ $n+1$ 点を内部に含む四面体の探索は、第 n 点を設定したとき新たに生成された四面体の一つより始められる。従って、四面体探索に要する演算時間を節約するために第 $n+1$ 点は第 n 点の近傍にある方が好ましい。そこで、最適な節点設定順序を決めるためにビン・ソーティング (bin sorting) 法と呼ばれる方法を導入する。（その効果評価を図2に示す）

(7). 第 N 番目の内部節点を設定し、これを外接球内に含む四面体をすべて探す。（図3参照）

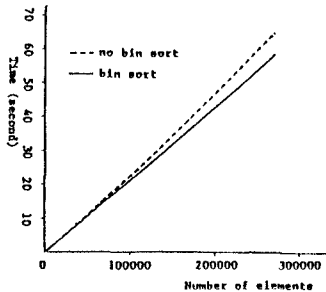


図2 要素数と演算時間との関係

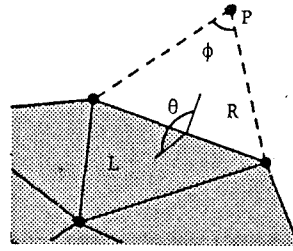


図3 新しい要素の選択

(8).ステップ5で拾い上げられた四面体集合において互いの接続面となっている三角形を取り除き多面体を作り、この多面体表面を覆う三角形と新しく設置した節点とで四面体を作成する。 $N = N + 1$ としてステップ5へ。

(9).ステップ4と5を内部節点数だけ繰り返す。

(10).内部節点を対象として、ラプラシアン法により要素形状を改善する。

3次元体表面の三角形分割を図4に、その内部の四面体分割を図5に示す。

〔領域内部の節点の設定法〕 デラウニー三角分割法で作られる要素の形状は節点配置に依存されるため、問題はいかに適切に節点を配置するかに絞られる。領域内に節点を与える方法としては、

(1).格子状に配置する方法(格子状節点配置法)(2).ある点を基準として放射状に配置する方法(放射状節点配置法)(3).八分木モデルを利用して配置する方法(八分木法)などがある。(1)は、全体的に均一に点が発生するため、いたずらに節点数、並びに要素数を増加させる恐れがあり、(2)は一般的でない。一方、(3)は形状の複雑な境界部分には局所的に密な節点を与え、それ以外の部分にはあまり節点が発生されないという特長をもち、節点数の増加を抑えることが可能である。以上のことから、節点配置法として八分木モデルを採用する。

3.適用例 上記手法を用いた要素分割例を図1に示す。

4.あとがき この手法はデラウニー三角分割を基本としていることから生成された表面上の三角形要素、あるいは領域内部の四面体要素は、与えられた節点配置に対して幾何学的に最適である。また、入力データは、表面上に適切に配置された節点座標とわずかな付加情報しか必要ない。以上のことから、本手法は3次元有限要素解析のモデル設定法に適している。ユーザは、本手法をベースとして、これに解析対象に応じた諸機能を付加した要素分割法を作成すればよい。しかし、今日、表面を四辺形要素で3次元体内部を六面体要素でモデル化することも多い。今後はこういった要素の自動生成を開発することが望ましい。

なお、上記第1段階は、3次元境界要素解析の要素自動分割法としてりようできる。

《参考文献》

- 1) Verry, M.A. and Shephard, M.S., "Automatic three-dimensional mesh generation by the modified octree technique", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.20, pp.19 65-1990, 1984
- 2) Sloan, S.W., "A fast algorithm for computing Delaunay triangulations in the plane", Advances in Engineering Software, Vol.9, No.1, pp.34-55, 1987

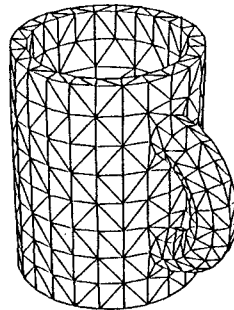


図4 表面の三角形分割

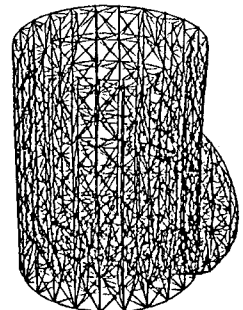


図5 3次元体の四面体分割