

I-22

損傷理論による圧縮荷重下における脆性材料の変形解析

埼玉大学 奥井義昭 (株) サクラダ 松田岳憲
 東京大学 堀井秀之 埼玉大学 秋山成興

1. はじめに

狭義の破壊力学的手法により、単一あるいは数個のクラックを有する材料の力学的挙動については多くの研究がなされ、かなりの範囲まで明らかになったと言える。しかし、岩石等の多数の初期欠陥、マイクロクラックを含む材料において個々の欠陥を個別に取り扱う事は現実的に不可能であり、何らかの巨視的理論（例えば転位論に対する塑性論）が必要と考える。そこで本研究では圧縮荷重下での岩石等のマイクロクラックを多数含む不連続な材料を局所的な平均化（均一化）操作により等価な連続体に置き換えた連続体理論について報告する。

2. 微視構造モデル

圧縮荷重下における岩石の微視構造モデルとして Fig.1 に示すモデルが提案されている。同図において PP' は初期欠陥（長さ $2c_0$ ）を表し、圧縮荷重により接触し摩擦滑りを生じ、その端部に引張クラック $PQ, P'Q'$ が生じている事を表す。このモデルをさらに簡略化し、中央部に集中荷重 F が作用する長さ $2l$ のクラックを考える事にする（Fig.2 参照）。集中荷重の大きさについては最小主応力 σ_{22} によって次式で表されるものとする。

$$F = \lambda c_0 \sigma_{22} \quad (1)$$

ここで、 λ は初期欠陥上の摩擦係数等により決まる量であり材料定数と仮定する。

3. 定式化

Fig.3 に示すように Fig.2 の微視構造モデルが多数存在する材料を考え、その内部のある一点 x の近傍での平均量を定義する。

$$\hat{\sigma}_{ij} \equiv \frac{1}{V_e(x)} \int_{V_e} \sigma_{ij} dV, \quad \hat{\varepsilon}_{ij} \equiv \frac{1}{V_e(x)} \int_{V_e} \varepsilon_{ij} dV, \quad \hat{u}_i \equiv \frac{1}{V_e(x)} \int_{V_e} u_i dV \quad (2)$$

ここで、 $V_e(x)$ は体積要素を表し、平均応力 $\hat{\sigma}_{ij}$, etc. は x の連続関数と見なせるものと仮定する。以下ではこれらの平均量に関し応力-歪関係およびクラックの進展則を考える。

（平均応力-平均歪関係） クラック間の相互干渉を無視した場合、平均応力と歪の関係は次式で与えられる。

$$\hat{\sigma}_i = D_{ij}^e (\delta_{jk} - H_{jk}) \hat{\varepsilon}_k \quad (i, j, k = 1, 2, 6) \quad (3)$$

ここで、 D_{ij}^e は基質部の弾性定数、 δ_{jk} はクロネッカーのデルタ、 $\{\hat{\sigma}_{11}, \hat{\sigma}_{22}, \hat{\sigma}_{12}\} = \{\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_6\}$, $\{\hat{\varepsilon}_{11}, \hat{\varepsilon}_{22}, 2\hat{\varepsilon}_{12}\} = \{\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \hat{\varepsilon}_6\}$ であり、 H_{jk} はクラックの開口変位によって生じる非線形歪の影響を表すもので、クラック間の相互干渉を無視した場合、閉じた形で求められクラック長とクラック密度の関数となる。

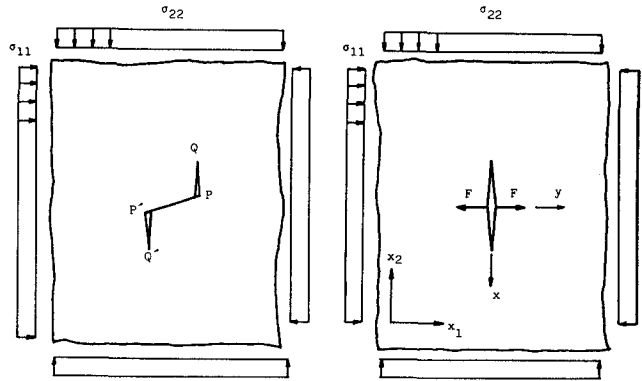


Fig.1 微視構造モデル

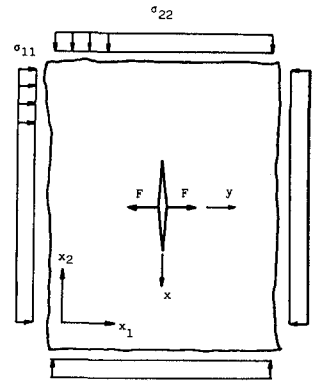


Fig.2 簡略化されたモデル

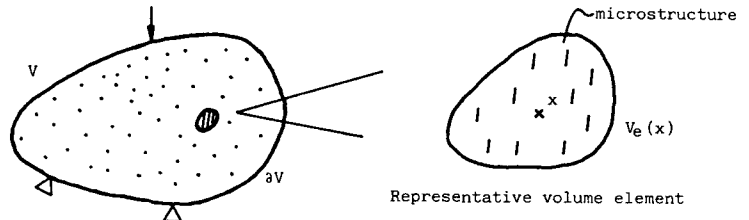


Fig.3 体積要素

〈クラックの進展則〉クラックの進展則としてはクラック先端のモードⅠにおける応力拡大係数 K_I が限界値 K_c に達したときにクラックが進展するものとする。すなわち、

$$f = K_I - K_c, \quad (4)$$

$$K_I = \sqrt{\pi l} \hat{\sigma}_1 + \frac{\lambda c_0}{\sqrt{\pi l}} \hat{\sigma}_2 \quad (5)$$

とおくと、 $f = 0$ においてクラック進展の可能性あり、 $f < 0$ クラック進展せず。しかし、今回の計算では簡略化のため、常に $f = 0$ として計算を行った。

以上の基礎式の他に、平均量に関しても微小変形のつり合い式、および歪-変位式が成立すると仮定し、通常の FEM の離散化を行えば剛性方程式が得られる。ただし、剛性マトリクスはクラック長 l の関数であり、これと各要素毎のクラックの進展則を考慮すれば問題は非線形連立方程式に帰着される。

4. 解析結果および考察

計算に用いたモデルを Fig.4 に示す。荷重条件としては拘束圧 $\hat{\sigma}_1$ を一定に保ち上端部の変位 Δ を漸増させた。また、非線形方程式の数値解法としては Newton 法により計算を行った。変位 Δ とクラック長 l の関係を Fig.5 に、変位 Δ と体積歪の関係を Fig.6 示す。拘束圧が正（引張応力）の場合、Fig.5 の点 A は分岐点となり複数の解が存在するが、その一つを追ったときのクラック長の分布パターンを Fig.7 に示す。同図において円の半径がクラック長 l の大きさを表し、実際の岩石の3軸実験で観測される縦割れの破壊モードを表しているものとする。

5. まとめ

今回の解析法により、岩石の割裂破壊のモードが表し得る事が明らかになった。しかし、拘束圧が圧縮の場合に観察されるせん断面の破壊モードは本解析法では表し得ない。今後の課題としては、せん断面の形成が表し得る連続体モデルの検討が挙げられる。

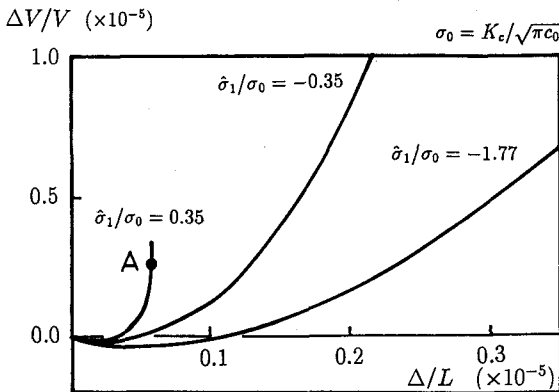


Fig.6 体積歪-変位関係

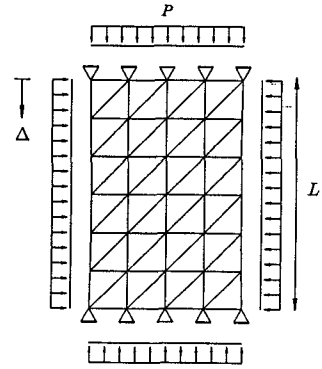


Fig.4 解析モデル

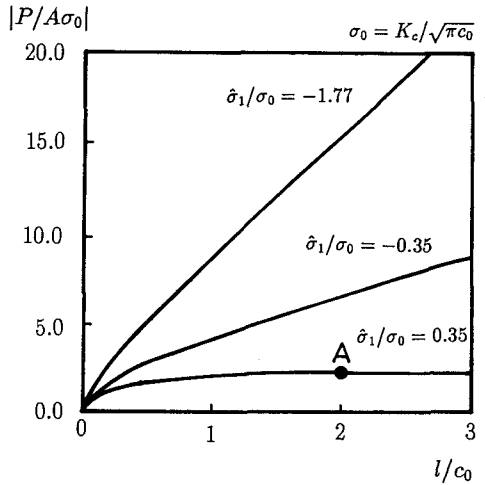


Fig.5 クラック長-変位関係

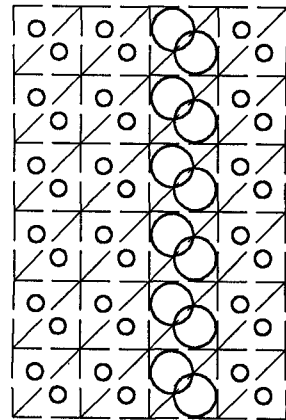


Fig.7 クラック長の分布図