I-14　非線形構造解析の高速・高精度化

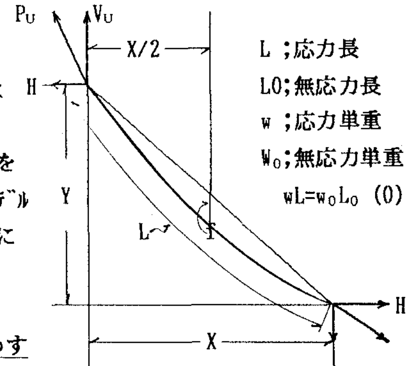
住友重機械工業（株）　正員　谷本　健

１．まえがき

近年、ｺﾝﾋﾟｭｰﾀﾊｰﾄﾞの急速な進歩に伴い、大型ﾏｼﾝで稼動していた構造解析ｼｽﾃﾑがEWS(Engineering Work Station)でも動くようになって来た。当社では計算ｺｽﾄの低減と何処でも非線形／固有値解析ができることを目的にﾊｰﾄﾞとｿﾌﾄの検討を行い、EWSを導入し、吊構造物用立体非線形／固有値解析ｼｽﾃﾑのSUMISAPを開発して来た。ｿﾌﾄでは立体ｶﾃﾅﾘｰ要素を新収束ｱﾙｺﾞﾘｽﾞﾑのもとに高機能・高安定で解析可能にしており、また全体剛性方程式の収束方法でも高安定・高速・高精度化を図った収束ｱﾙｺﾞﾘｽﾞﾑを採用している。本報ではそれらの収束方法を紹介する。これらのﾊｰﾄﾞ・ｿﾌﾄ環境により斜張橋や吊橋の検討から架設管理までを架設現場でも実行可能にしている。

２．立体ｶﾃﾅﾘｰ要素の収束方法

静的非線形で重力場一定・ﾔﾝｸﾞ率一定・曲げ剛性無視の条件ではｶﾃﾅﾘｰ仮定が合理的である（図－１）。しかし双曲線関数（sh,th,cth表示）を使用するため形状決定が困難である。以下では文献[1]をもとに$1.0D\text{-}8 \leqq \phi \leqq 20$の高安定・高精度な収束ｱﾙｺﾞﾘｽﾞﾑ≡ｶﾞｳｽｻﾞｲﾃﾞﾙｰﾊﾞｲｾｸｼｮﾝ法の考え方を示す。なお、要素剛性行列の作成は文献[1]に従い、更に立体空間に射像して立体ｶﾃﾅﾘｰ要素とする。



図－１　ｶﾃﾅﾘｰ要素

２．１　基本方程式の半陽化と有向ｸﾞﾗﾌ

各種の収束方法をﾁｪｯｸしながら検討した結果、収束方法を組合わすと有効であるとの結論に達した。式(1)～(9)は基本方程式である。

$\phi = wX/(2H)$　(1)；ﾊﾟﾗﾒｰﾀ

$L = (Y^2 + X^2 \cdot sh^2\phi / \phi^2)^{1/2}$　(2)；応力長

$L_0 = L - HX/(2EA) \cdot L_0/L \cdot (1 + (L^2+Y^2)/X^2 \cdot \phi\, cth\,\phi)$

$\quad = L - \delta L$　(3)；無応力長

$H = wX/(2\phi)$　(4)；水平張力

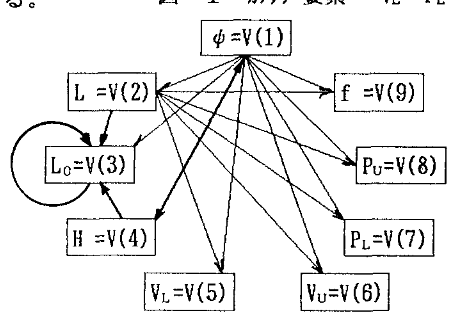
$V_L = w/2 \cdot (Y cth\,\phi - L)$　(5)；下端鉛直力

$V_U = w/2 \cdot (Y cth\,\phi + L)$　(6)；上端鉛直力

$P_L = w/2 \cdot (L cth\,\phi - Y)$　(7)；下端張力

$P_U = w/2 \cdot (L cth\,\phi + Y)$　(8)；上端張力

$f = L/2 \cdot th(\phi/2)$　(9)；ｻｸﾞ



図－２　陰関数の有向ｸﾞﾗﾌ

９変数$\phi, L, L_0, H, V_L, V_U, P_L, P_U, f$を関数V(1)～V(9)と見なし、代入・再帰代入特性により有向ｸﾞﾗﾌにしたのが図－２である。

$\phi = wX/H$　(10)

$L = (Y^2 + X^2 \cdot sh^2\phi / \phi^2)^{1/2}$　(11)

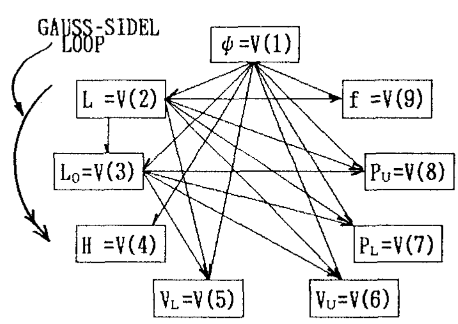
$\alpha = w/(4EAL^2) \cdot (X^2/\phi + (L^2+Y^2)/th\,\phi)$

$L_0 = (-1 + (4\alpha L + 1)^{1/2})/(2\alpha)$　(12)

$H = wX/(2\phi) = w_0 X L_0/(2\phi L)$　(13)；式(0)使用

$V_L = w_0 L_0/(2L) \cdot (Y cth\,\phi - L)$　(14)

$V_U = w_0 L_0/(2L) \cdot (Y cth\,\phi + L)$　(15)



図－３　半陽関数の有向ｸﾞﾗﾌ

$P_L = w_0 L_0/(2L)\cdot(Lcth\phi - Y)$ (16)

$P_U = w_0 L_0/(2L)\cdot(Lcth\phi + Y)$ (17)

$f = L/2\cdot th(\phi/2)$ (18)

陰関数表示を半陽に変換した式(10)～(18)はϕを仮定するとｶﾞｳｽｻﾞｲﾃﾞﾙ法になり、図－３では反時計回りに既知変数を代入しながら求めて行くことに対応する。次にV_Uを除いて単調増加あるいは単調減少関数であることを利用してϕについてﾊﾞｲｾｸｼｮﾝを行い収束させる。

２．２　立体ｶﾃﾅﾘｰ要素の高精度・高安定・高機能性

①関数の級数展開による仮定を排除し高精度を保つ

②９次元の相対円ﾉﾙﾑ≦1.0D-8により高精度を保つ

③1.0D-8≦ϕ≦20という値は緊張状態から弛緩状態まで高安定に解けることを示す

④７つの初期条件（$L_0, H, V_L, V_U, P_L, P_U, f$）で形状決定でき高機能である

⑤更に、変位後で１つの初期条件を満たす構造系（一種のｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ）を求められ高機能である

⑥相対円ﾉﾙﾑが高精度のため、求めた形状で違う初期条件を与えても同一ｹｰﾌﾞﾙとなる（逆一意性の保証）

⑦ﾊﾞｲｾｸｼｮﾝ法は収束するまで約３５回ﾙｰﾌﾟするがｱﾙｺﾞﾘｽﾞﾑが単純なので計算時間には余り影響しない

以上より斜張橋・斜ﾊﾝｶﾞｰ吊橋・ﾊﾞｽｹｯﾄﾆｰﾙｾﾝ橋・ｹｰｿﾝの沈設などの設計・架設計算が容易に可能である。

３．　全体非線形剛性方程式の高安定・高速収束方法

吊構造物では初期張力や初期歪み問題がある。次に剛性行列では荷重増加とともに剛度増加型と剛度減少型があり、更に非抗圧縮軸力ﾄﾗｽやｷﾞｬｯﾌﾟ要素のように剛度急変型もある。これらの条件でも安定で高速収束させる必要がある。一般に純Newton法,修正Newton法,準Newton法(BFGS)[2]に荷重増分を適用し、CRISFIELD加速[3]などを行って収束させる。SUMISAPでは以下の点を考慮して収束ｱﾙｺﾞﾘｽﾞﾑを開発している。

①初期張力・初期歪み問題では不平衡力が不明で荷重増分法が適用しにくいので純Newtonを使う

②剛度増加型や急変型には収束域が広い純Newton法が安定である

③剛度急変で増加型の問題では収束ﾉﾙﾑは不平衡ｴﾈﾙｷﾞｰﾉﾙﾑにする必要がある

④収束に近づくと三角分解不要のため修正Newtonは高速である

⑤立体ｶﾃﾅﾘｰの様に要素剛性行列作成に収束を必要とする時、修正Newtonが高速とは限らない

⑥④で加速すると更に高速になり純Newton法と同様の収束速度になる

以上の検討のもとに純Newtonと加速型修正Newtonを自動的に切り替えて高安定・高速収束を図り収束法を意識せずに使用できる。また必要に応じて純Newtonと加速型修正Newtonの回数の割合が変更できる。以下ではその実例を示す。なお、本項に関しては紙数の関係上、当日OHPを用いて詳述する。

４．　計算時間比較

下表は総自由度＝5640の吊橋の立体静的非線形解析をEWS上で実行した例である。

NO.	NR回数	AMNR回数	CPU時間	CPU比	実行時間	実行比	備考
CASE1	1	—	—	∞	—	∞	発散
CASE2	3	4	404 sec	1.0	432 sec	1.0	
CASE3	7	1	738 sec	1.8	768 sec	1.8	

NOTICE;
1)NR =Newton Raphson
2)AMNR=Accelerated Modified NR
3)荷重増分は行わず一挙に載荷
4)CASE1のNRは剛性行列作成のため
5)CASE3のAMNRは収束ﾁｪｯｸのため
6)収束条件は不平衡ｴﾈﾙｷﾞｰ≦1.0D-10

CASE1のAMNRでは発散し、CASE2のNR+AMNRは一番高速で解が得られる。CASE3のNRは収束するがCASE2に比して１．８倍実行時間がかかる。CASE2の如く約７分で解が得られるならば比較的低速なEWSでも十分実用的であり、大型ﾏｼﾝやｽｰﾊﾟｰｺﾝに比較して計算ｺｽﾄがかからないだけ有利である。

参考文献

1)後藤茂夫,柔ｹｰﾌﾞﾙ材の接線剛性方程式について,土木学会論文報告集,1978年2月号
2)H.MATTHIS,THE SOLUTION OF NONLINEAR FINITE ELEMENT EQUATIONS,Int.J.N.M.E,Vol 14,1979
3)CRISFIELD,AN ARC-LENGTH METHOD INCLUDING LINE SEARCH AND ACCELERATION,Int.J.N.M.E,Vol 19,1983