I-11　幾何学的非線形動的応答解析における誤差の評価に関する一検討

武蔵工業大学　学生員○平野健二
武蔵工業大学　正会員　増田陳紀

１．はじめに

著者らは，骨組み構造を対象として，要素とともに回転移動する座標系を用いて運動量および慣性力を表現した幾何学的非線形動的応答解析のための運動方程式を定式化し，さらにこの定式化から誘導される各種の簡略化された運動方程式を提案した[1]．また，この回転移動座標系を用いた定式化と，各増分段階で空間固定の座標系を用いた定式化との関係を考察し，各種の定式化の計算効率について検討した[2]．そこでの精度についての検討は，変形形状の時刻歴応答を図化し，視覚的な面から検討するに留まっていた．しかし，一般的に解の妥当性はより客観的な定義をして定量的に評価するべきである．そこで本研究では，静的解析でその有効性が示されている方法を動的解析に適用し，その適用性を検討した．

２．誤差の評価

理論解が求められない問題に対する誤差の評価はいくつか提案されているが，ここでは取扱いが比較的容易であり，かつ静的解析でその有効性が示されている方法を用いて誤差の評価を行なった[3)4)]．すなわち，一定の要素分割様式の下で誤差は要素寸法の収束率乗に正比例するとする．すなわち，

$$E = |S - S'| = C h^{p} \qquad ..(1)$$

ここで，Ｅ，Ｓ，Ｓ’，Ｃ，ｈ，およびｐはそれぞれ誤差，真値，解析近似値，要素寸法に依存しない定数，要素寸法，および収束率である．式（１）は一般に静的解析において用いられる式であり，時間に関する項が含まれていない．ここでは，時間に依存する効果はすべて定数Ｃに含まれるものとする．

実際に式（１）を用いて誤差を算出するには，まず３通りの要素寸法 h_i $(i=1,2,3)$ を用いた計算を行い，それぞれの計算結果 S'_i $(i=1,2,3)$ を式（１）に代入して両辺の対数をとる．収束率を一定とすると真値Ｓ，定数Ｃ，および収束率ｐのみを未知変数とする連立方程式が得られる．ここからｐおよびＣを消去して真値Ｓのみを未知変数とする非線形方程式（２）を求め，ニュートン・ラフソン法により数値解を得る．

$$\frac{\log|S-S_1| - \log|S-S_2|}{\log h_1 - \log h_2} = \frac{\log|S-S_1| - \log|S-S_3|}{\log h_1 - \log h_3} \qquad ..(2)$$

３．実際の検討例

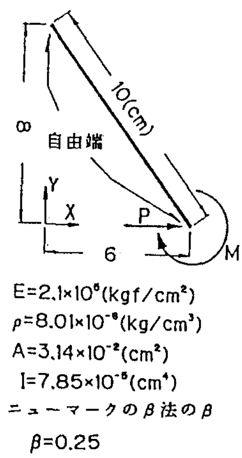
上記の方法を用いて誤差の検討を行なった結果を示す．非線形解析においては，解析対象の非線形性の程度によって解の収束性が大きく左右される．大きな剛体移動および回転を伴う問題でも比較的剛性が高く変形が微少である場合，あるいは剛性が低く大きな変形を生じても大きな剛体移動を伴わない問題の場合には解の収束性は良好である．これに対して大きな剛体移動および回転を伴ないつつ大きな変形を生ずるような問題に場合には一般に解の収束性が極度に悪くなる．ここではこのような問題を対象とすることとして，具体的には，図１に示すようなフライングスパゲティーと呼ばれる問題を取り上げる．なお，荷重履歴は図５中に示すステップ荷重としている．この解析においては，解析した変形形状の重心を座標成分ごとに式（２）へ代入して真の変形形状の重心を求め，その重心と解析解の重心との距離をもって誤差と定義している．

図３は定式化の違が解析解へ与える影響を検討した結果の中から，２種類の異なる定式化を用いて解析を行なった場合の誤差の時間推移を比較して示したものである．また図４は，８０要素，１６０要素，３２０要素の３通りの要素分割を用いて計算を行ったときの，同時刻における誤差の対数を要素寸法の対数に対してプロットしたものである．式（１）が実際に成立し，設定した仮定が成り立つか否かは，対数グラフ上で

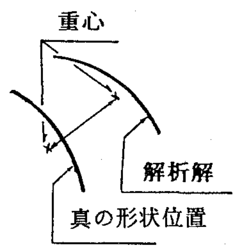
することができる．図４の斜線の部分の面積を時刻ごとに求めたものを図５に示す．荷重を載荷している間に振動がみられるがほとんど直線と見なせる所もある．自由振動領域においては，面積が０とはならず直線からのずれが生じているが時間の経過と共にずれの拡大する傾向にはなく，ほぼ一定の性質を呈していると判断できる．誤差が直線に乗らず，式（１）の仮定が成り立たない理由としては，要素分割数および時間刻み幅が未だ一定の収束率を与えるに十分でないか，あるいは，図６に示すように時間経過と共に各要素分割ごとの解析結果に生ずる位相誤差が同一ではなく同じ時刻で比較することに無理がある，などが考えられる．

４．おわりに　本論文では，静的解析でその有効性が示されている誤差の算出方法を動的解析に適用し，その適用性を検討した．ここでは，時間に依存する項を式（１）の定数項に含むと仮定したが，前節の最後に述べたように，位相誤差をどのように評価するかがより良い誤差の算定方法とするための課題といえる．

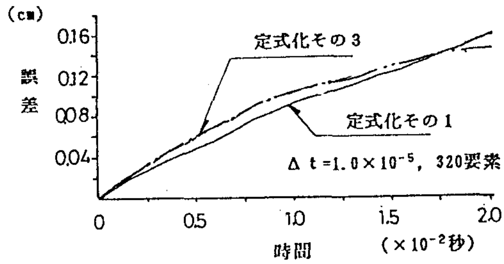
【参考文献】１）増田陳紀・高橋広幸・西脇威夫・平野健二:動的問題のための時間依存座標系を用いた定式化について,第４５回土木学会年次学術講演会講演概要集第１部,pp54～55,1990. ２）高橋広幸:骨組構造の幾何学的非線形動的解析における慣性力評価について,武蔵工業大学修士論文,1990年3月. ３）E. Becker G. F .Carey and T.Oden:FINITE ELEMENTS-AN INTRODUCTION-VOLUME1,PP.34～39,1981. ４）増田陳紀・西脇威夫・皆川　勝・街道　浩:合成Ｉ桁橋の対傾構部材力の簡易解析手法,構造工学論文集VOL134A,1988年3月.



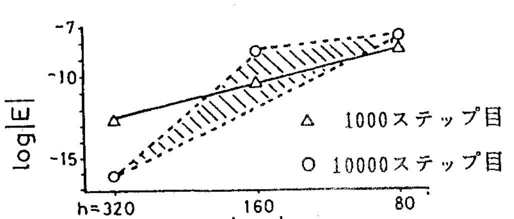
図－１　解析対象条件



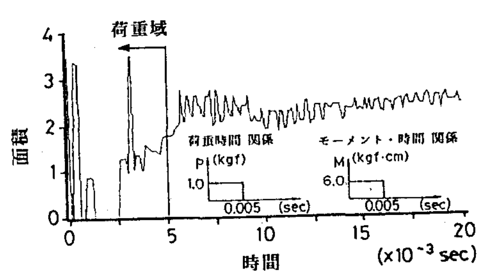
図－２　誤差の定義の概念図



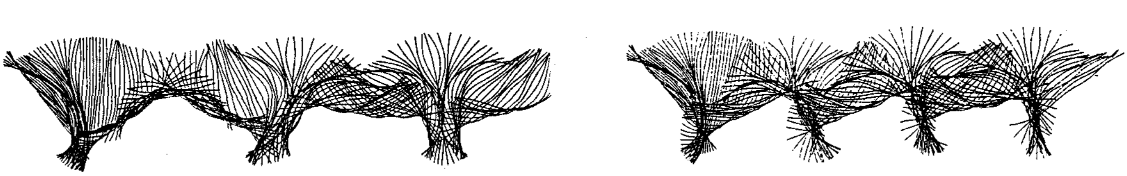
図－３　誤差の定量的評価の例



図－４　誤差と要素分割数との関係



図－５　誤差評価式の適合性



３２０要素　　　　２０要素

図－６　要素分割数の違いによる位相のずれ