

I-4

集中力を受ける有限部で接合された異種材料半平面の応力解析

東 急 建 設 株 正 員 奥 村 幹 也
名古屋工業大学 正 員 長 谷 部 宣 男
名古屋工業大学 正 員 中 村 卓 次

緒言 異種材料接合問題の有理写像関数と複素応力関数を用いた応力解析を行う。著者らの異種材料接合問題に対する一連の解析¹⁾²⁾³⁾と同一の形状、すなわち、直線である接合部に関して対称な形状である。本報告ではこれらの解析と荷重条件だけが異なっている。

解析手法と複素応力関数解 解析手法の詳細は文献1,2に示されている。異種材料半平面が有限長さ接合され、接合部の一端からそれぞれの材料に等しい長さのクラックが発生し、無限遠で界面に垂直な集中力を受けている(Fig.1)。形状の接合線に関する対称性から、接合線で切断し、Fig.2(a)の縁にクラックを有す半平面が得られ、これをFig.2(b)の単位円に写像する。この荷重条件に対する複素応力関数は、文献1), 2), 3)と同様の手法により、それぞれ次式で表される。

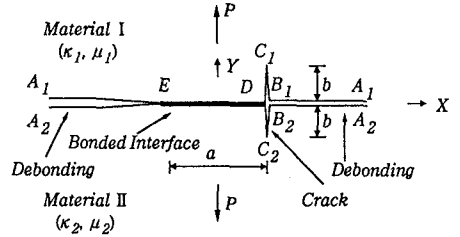


Fig.1 A plane which consists of bonded bimaterial half-planes with a crack

$$z_j = -ib\sqrt{2} \int \frac{(1+t_j)dt_j}{(1-t_j)^2 \sqrt{1+t_j^2}} = -ib\sqrt{2} \frac{\sqrt{1-t_j^2}}{1-t_j} + \text{Const.} = \frac{E_0}{1-t_j} + \sum_{k=1}^{2m} \frac{E_k}{\zeta_k - t_j} + E_C \equiv \omega(t_j) \quad (1)$$

$$\phi_1'(t_1) = H_1(t_1) + \frac{1}{1+\mu} \left\{ - \sum_{k=1}^N \left[1 + \mu \frac{\chi_1(t_1) + \chi_1'(t_1)(\zeta_k - t_1)}{\chi_1(\zeta_k)} \right] \frac{\bar{A}_{1k} B_k}{(\zeta_k - t_1)^2} + \sum_{k=1}^N \left[1 - \frac{\chi_1(t_1) + \chi_1'(t_1)(\zeta_k' - t_1)}{\chi_1(\zeta_k')} \right] \frac{A_{2k} \bar{B}_k \zeta_k'^2}{(\zeta_k' - t_1)^2} \right\} \quad (2)$$

$$\phi_2'(t_2) = H_2(t_2) + \frac{\mu}{1+\mu} \left\{ - \sum_{k=1}^N \left[1 + \frac{\chi_2(t_2) + \chi_2'(t_2)(\zeta_k - t_2)}{\mu \chi_2(\zeta_k)} \right] \frac{\bar{A}_{2k} B_k}{(\zeta_k - t_2)^2} + \sum_{k=1}^N \left[1 - \frac{\chi_2(t_2) + \chi_2'(t_2)(\zeta_k' - t_2)}{\chi_2(\zeta_k')} \right] \frac{A_{1k} \bar{B}_k \zeta_k'^2}{(\zeta_k' - t_2)^2} \right\} \quad (3)$$

$$H_j(t_j) = - \frac{i P \chi_j(t_j)(1-\alpha)(1-\beta)}{2\pi \chi_j(1)(1-t_j)(t_j-\alpha)(t_j-\beta)}, \quad \mu = \frac{\mu_2(\kappa_1+1)}{\mu_1(\kappa_2+1)} = \frac{1+\alpha_D}{1-\alpha_D} \quad (4)$$

$$\alpha_D = \frac{(\kappa_1+1)\Gamma - (\kappa_2+1)}{(\kappa_1+1)\Gamma + (\kappa_2+1)}, \quad \beta_D = \frac{(\kappa_1-1)\Gamma - (\kappa_2-1)}{(\kappa_1+1)\Gamma + (\kappa_2+1)}, \quad \Gamma = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (5)$$

$$\chi_j(t_j) = (t_j - \alpha)^{m_j} (t_j - \beta)^{1-m_j}, \quad m_j = 0.5 + i(\ln \lambda_j)/(2\pi), \quad \lambda_1 = \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\kappa_2 \mu_1 + \mu_2}{\kappa_1 \mu_2 + \mu_1} = \frac{1-\beta_D}{1+\beta_D} \quad (6)$$

$$\psi_j(t_j) = -\bar{\phi}_j(1/t_j) - \bar{\omega}(1/t_j) \phi_j'(t_j)/\omega'(t_j) \quad (7)$$

$$\zeta_k' = 1/\bar{\zeta}_k, \quad A_{jk} = \phi_j'(\zeta_k'), \quad B_k \equiv E_k / \omega'(\zeta_k') \quad (8)$$

添字 $j=1, 2$ はそれぞれ材料 I, II を表す。 μ_j は材料 j の剪断弾性係数、 κ_j は Poisson 比 ν_j の関数で、平面応力状態で $\kappa_j = (3-\nu_j)/(1+\nu_j)$ 、平面歪み状態で $\kappa_j = 3-4\nu_j$ でそれぞれ与えられる。また、 α_D, β_D は Dundurs 定数、 i は虚数単位、バーは複素共役を表す。

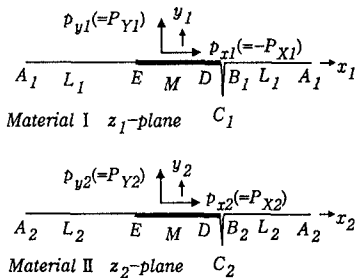


Fig.2(a) Analytical models of bonded bimaterial half-planes (z_j -planes)

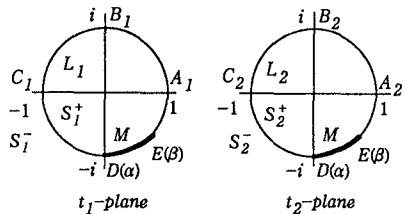


Fig.2(b) Related unit circles on the mapping planes (t_j -planes)

解析結果 z_j 面 (Fig.2(a) 参照) での接合部の原点まわりの合モーメント、無次元化した合モーメントは、

$$Rm^{(j)} = -Re \left[\int_a^\beta \omega(\sigma) \overline{\phi_j} \left(\frac{1}{\sigma} \right) \frac{d\sigma}{\sigma^2} + \int_a^\beta \overline{\omega} \left(\frac{1}{\sigma} \right) \phi_j'(\sigma) d\sigma \right] \quad (9)$$

$$M_r = Rm^{(j)} / (aP) \quad (10)$$

で表される。 $Rm^{(1)}$ は材料 I、 $Rm^{(2)}$ は材料 II の合モーメントである。 P の方向を考えると $Rm^{(1)} = -Rm^{(2)}$ が成り立つ。符号の定義より、 $M_r > 0$ のとき $X < 0$ 、 $M_r < 0$ のとき $X > 0$ の部分に集中力 P は作用している。偏心量 e は $Rm^{(j)} = -Pe$ で求められる。Fig.3 に b/a に対する M_r を示す。式 (1) で $t_j = 1$ の点は z_j 面の無限遠に対応するが、クラックが存在する場合、 P の作用線は Y 軸から偏心した点となる。クラックが長くなるにつれて M_r は単調に増加し、偏心量 e は $X \leq 0$ の方向に大きくなっていく。クラック発生前には、 z_j 面の無限遠点に対応する写像面上の点 $t_j = 1$ は Y 軸上に対応するので $M_r = 0$ である。また、材料定数による違いは小さい。

本解析により求められる応力は Fig.2(a) 上の値であり、Fig.1 と Fig.2(a) の応力成分の対応は、Fig.1 の成分の添え字に大文字、Fig.2(a) のそれらに小文字を用いて、 $\tau_{XYI} = \tau_{xyI}$ 、それ以外の成分は一致している。接合部での材料 I、II 間の応力の連続条件より、接合線上の応力成分の間には、 $\sigma_{YI} = \sigma_{Y2} (= \sigma_Y)$ 、 $\tau_{XYI} = \tau_{XY2} (= \tau_{XY})$ の関係が成り立つ。さらに、本解析のように接合部が直線の場合には、 x_j 軸を接合部境界 M に一致させることにより、接合部境界上の σ_{X1} 、 σ_{X2} 、 σ_Y の間には、

$$\sigma_{X2} = \mu \sigma_{X1} + \gamma \sigma_Y \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{3 - \kappa_2 - \Gamma(3 - \kappa_1)}{1 + \kappa_2} = \frac{2(2\beta_D - \alpha_D)}{1 - \alpha_D} \quad (12)$$

の関係が成り立つ。 $Rm^{(j)} = 0$ 、すなわち、集中力 P が Y 軸上に作用する場合 ($e = 0$) を考え、その応力分布例を Fig.4 に示す。この解は、式 (10) による $Rm^{(j)}$ から、本報告の解と無限遠に $-Rm^{(j)}$ の集中偶力が作用する解¹⁾を重ね合わせるにより得られる。接合線上の応力は、煩雑なため L_1 、 M 、 L_2 と三分割して示す。 M 上の点 E 近傍で無限大の応力集中が生じており、特に σ_Y が引張りのため、剥離が点 E から進展する可能性がある。同様に、 σ_{X1} 、 σ_{X2} も引張りのため、点 E からそれぞれの材料中にクラックが発生する可能性もある。

参考文献 1) Hasebe, N., Okumura, M. and Nakamura, T., J. Eng. Mech. (ASCE), Vol.116, No.12, 1990. 2) Hasebe, N., Okumura, M. and Nakamura, T., J. Eng. Mech. (ASCE), Vol.116, No.9, 1990. 3) 長谷部・奥村・中村, 材料, 第39巻, 第445号, 1990.

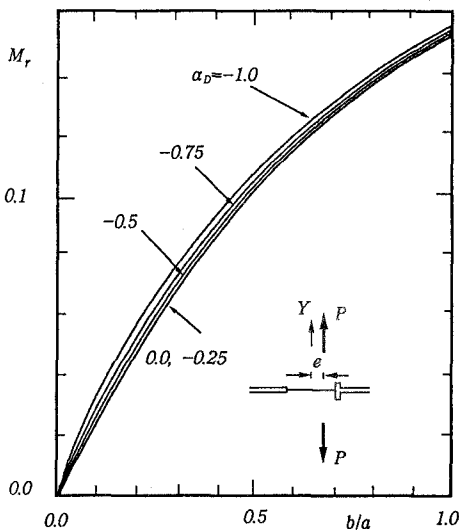


Fig.3 Resultant moment on the bonded interface; $\beta_D = 0.3\alpha_D$

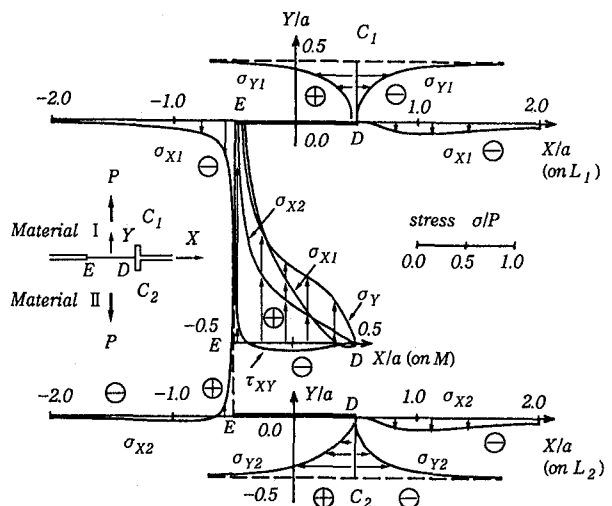


Fig.4 Stress distribution on the boundary including the interface; $b/a = 0.5$, $\alpha_D = -0.5$, $\beta_D = -0.15$, $e = 0$