

V-145

クラックの進展に伴う引張軟化曲線を構成する数学的モデルの研究

岐阜大学工学部 ○正会員 藤井康寿

岐阜大学工学部 正会員 中川建治

1. まえがき

近年、コンクリート等の混合材料に対して破壊力学を応用する試みが報告されている。コンクリートの破壊力学に関する研究では、外力その他の原因によるひびわれの発生・伝播のプロセスを破壊エネルギーや引張軟化曲線などの引張軟化特性を数値解析に取り込むことによって、ひびわれの進展に伴うコンクリートの破壊現象が検討されている。本研究では、梁の曲げ破壊時のクラック周辺の応力分布と開口変位との関係、いわゆる引張軟化曲線に関して一つの数学的モデルを想定してクラックの進展に伴う応力と開口変位との関係を逐次追跡する解を導き得たので報告したい。本研究では図-1に示すコンクリートの四点曲げ破壊試験を図-2に示すような二次元の破壊力学問題に置換する。つぎにクラック先端で有限な応力集中を構成するような応力関数を導き、荷重-変位の関係をシュミレーションする。更に任意の荷重-変位状態におけるリガメント長と破壊進行領域(fracture process zone)の和に対応した引張軟化曲線を描くことを目的とする。

2. 基本的な関数

応力関数

$$\nabla^2 \nabla^2 F(x, y) = 0 \quad z = x + iy, \bar{z} = x - iy$$

$$F(z) = \bar{z} \phi(z) + \psi(z)$$

$$2G(u + iv) = \kappa \phi(z) - z \phi'(z) - \bar{z} \psi'(z)$$

と境界条件

$$X \text{軸上で} \quad \sigma_x = \tau_{xy} = 0$$

$$Y \text{軸上で} \quad \sigma_x \neq 0 \quad (0 < y < a)$$

$$\sigma_x = \tau_{xy} = 0 \quad (a < y)$$

を満足する応力関数として次の関数

$$\phi(z) = \sigma_0 \{-2a^2 \log(z + \sqrt{z^2 + a^2})\} / 4$$

$$\psi(z) = \sigma_0 \{2\sqrt{z^2 + a^2}\} / 4$$

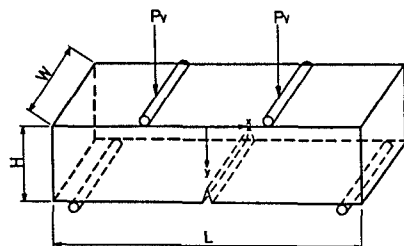


図-1 コンクリートの四点曲げ破壊試験の供試体

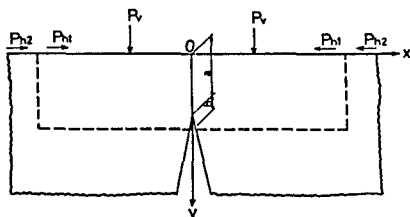


図-2 二次元問題へのモデル化

を採用すると $x = \pm a$ で無限大の応力集中を与えるが、段・中川¹⁾が提唱した重み積分法でリガメント長さ a に関して重み積分すれば、有限な応力集中を構成する解に変換できる。このような応力関数の特徴は弾性体という仮定でありながら破壊進行領域(fracture process zone)あるいは非線形領域に相当)を形成できるという点である。

3. 解析モデル

クラックを有する板の近似的なモデルとしてクラックを有する半無限板(図-2)の点線で示した部分を想定して、これをコンクリートの四点曲げ破壊試験の供試体(図-1)に相当するものとする。最初はクラックが生じていないので応力と変位は弾性係数の比で増加していくが破壊強度 σ_0 に達するとクラック先端に亀裂進行領域が全面に形成されて、耐力は負の勾配で急に減少する。

そして真のクラックの増大と開口変位の増加によって、最後に破断する。いずれの段階でも応力集中の最大値は $\sigma_{max} = \sigma_{yd}$ 一定であり、クラック線上(Y軸上)の圧縮応力と引張り応力の総和は等しい。

解析方法としては荷重-変位の関係をシュミレーションするために、Y軸上の連続部分の長さ $a+b$ を次第に減少させるときに横井・藤井・中川²⁾が提唱した拘束条件を満たす未定係数を選点法によって求め

る。この未定係数を各応力関数に乗じて総和したものが目的の荷重—変位曲線となる。一例を図—3に示す。図中の数字は連続部分 $a+b$ の長さを表している。また、図—4、図—5は連続部分 $a+b$ に対応した図で各タリガメント長さとして称せられる a の変化および亀裂進行領域として称せられる b の変化を表している。図—6、図—7は連続部分の長さが7.5cm(梁の底面)、6.0cm、4.5cmにおける応力分布および引張軟化曲線を示している。

4. まとめ

図—3、図—6、図—7に示した結果を比較して次の結論が得られる。

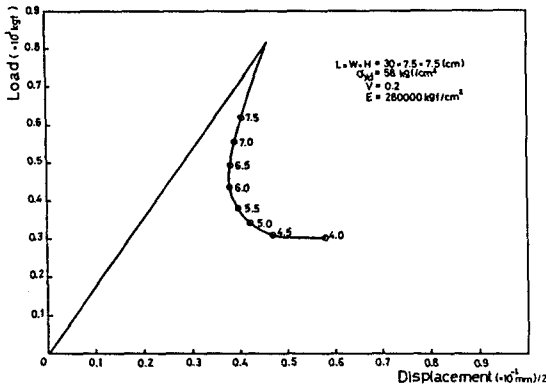
1) 本研究で提案した複素解析モデルは完全な弾性解でありながら材料の軟化特性と破壊過程を近似的に表現できる。このことは従来混成材料に対して用いられてきたFEMやBEMの数値解析法とは異なり、簡単な数学モデルを設定して連続部分 $a+b$ の長さを変化させることによって耐力と開口変位の関係を有効的に追跡できるので特徴である。

2) 図—7より引張り軟化曲線は梁底面の曲線の他に真のクラック増大と開口変位の増加に伴う引張軟化曲線を導き得たことはクラックの進展による逐次の破壊エネルギー G_c を求めるための効果的な手段となる。

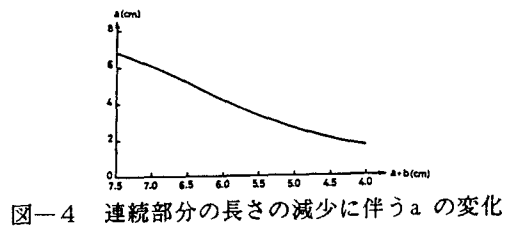
3) 今後の研究課題として実際の実験値に適合した連続部分を構成する a および b の値を求めることとこの値が実際の材料特性の何を表しているのかを検討する必要がある。

【参考文献】

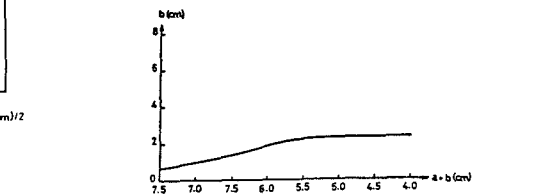
- 1) 段・小島・中川：亀裂先端部分で有限な応力集中を与える応力関数，土木学会論文集，N0. 374, pp. 399-407 (1986)。
- 2) 横井・藤井・中川：亀裂の進展による梁の曲げ破壊機構を説明する数学的モデルの研究，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，pp. 68-69 (1990)。



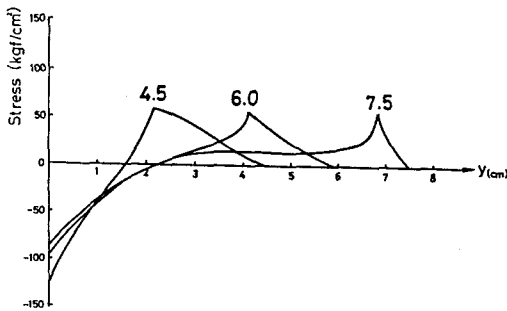
図—3 荷重—変位曲線



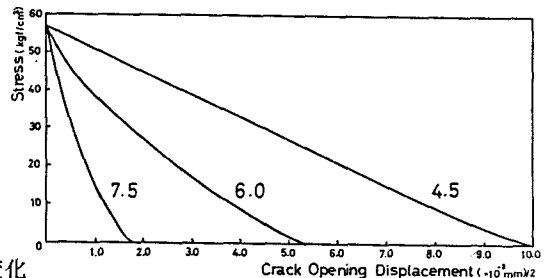
図—4 連続部分の長さの減少に伴う a の変化



図—5 連続部分の長さの減少に伴う b の変化



図—6 連続部分の長さの減少に伴う応力分布の変化



図—7 連続部分の長さの減少に伴う引張軟化曲線の変化