土木学会第45回年次学術講演会（平成２年９月）

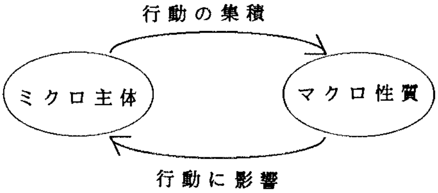
IV-274　人口分布の変化過程のマスター方程式モデルに関する研究

京都大学工学部 正員　吉川和広　京都大学工学部 正員　奥村　誠
京都大学大学院 学生員○垣下禎裕

１．はじめに　都市圏のマクロスケールの性質の情報を得ることは、地域計画上たいへん有用である。特に人口分布のようなマクロ量は、都市圏の規模・特性を示し、また都市活動の程度を予測する上でも、もっとも基本的な情報のひとつであるといえる。

この人口分布を変化させる人口移動は大きく、1)従業地移動にともなって発生するもの、2)世帯のライフステージの変化など個人的動機によって発生するもの、に分けられる。かつては、前者のタイプの人口移動が中心であったが、近年、価値観の多様化という社会情勢もあいまって、居住条件の向上などを求める、従業地の移動をともなわない後者のタイプの人口移動、いわゆる「住み替え」が大きなウェイトを占めるようになってきた。従業地分布などの他のマクロ量との間の連関のみで人口移動を捉えているマクロモデルでは、個人の行動に立脚した「住み替え」による人口移動を扱うことは無理がある。

２．住み替えにおけるミクロ＝マクロ相互作用　この「住み替え」による人口移動を取り扱うには、個人の住み替えの行動原理に立ち戻って考える必要がある。このとき人口分布というマクロな性質と、ミクロ要素である個人行動という異なるレベルを結び付けなければならない。つまり人口分布（マクロレベル）の変化は住み替え主体（ミクロ要素）の行動の集積であり、一方、住み替え主体（ミクロ要素）もまたそのときの人口分布（マクロレベル）などから影響を受け行動を決定する、ミクロ＝マクロ間に相互に影響がはたらくシステムを、人口移動メカニズムに想定しなければならない（図－１）。また、マクロ状態の誘導を目的とした施策を実施した場合、マクロ変化が直接発現するわけではなく、はじめはミクロ主体に作用し、その集積としてマクロスケールの変化が生じる。この意味においてもミクロ＝マクロ相互作用の枠組みで住み替えを扱うことの意義は大きいと考える。



図－１　ミクロ＝マクロ相互作用

個々の住み替え主体がそれぞれどのような住み替え行動をとるのかについては、厳密に記述することは本来不可能なことであり、また興味はない。そこで、ランダム効用理論に立脚して、各住み替え主体の選択確率でもってミクロ要素の行動を記述するロジットモデルが開発されてきている。また、これを集計しマクロレベルの変化の期待値を求める住み替えモデルもいくつか提案されている。

３．ミクロ行動の集計法　各主体の行動について入手し得る最大限の情報は、それぞれの主体の行動の選択確率である。必要な情報は、各主体の行動が集計されたマクロなレベルでの変化量であり、ここでミクロ＝マクロ間をいかにして結合するかについて考えなければならない。

ミクロ主体の選択確率にその行動を選択する人数を乗じて、マクロレベルの変化を求める集計方法では、あくまで期待値を求めているにすぎない。この期待値が代表値として適当であるという保証がない。したがって、このマクロ変化量の期待値を時間的に積み上げることによってマクロ性質の変化を追跡した場合、その予測結果にどの程度の信頼性があるのか評価できない。つまり、ミクロ主体の行動をその不確定さを失わずに集計する手法が必要となる。

マクロスケールの空間的・時間的性質が、内的外的に相互に影響を及ぼす多数のミクロ構成要素の協同作用によってもたらされるシステムに、普遍的に共通する特徴が存在することが H.Hakenによって明らかにされこれを取り扱うシナジェティクスが提唱されている[1]。また、こうした特徴が社会システムにも当てはまることが W.Weidlich, G.Haag らにより指摘されている[2]。これらの研究成果に基づき、マクロ状態を確率

的に取り扱うことにより、ミクロ主体の行動を情報を失うことなく集計するマスター方程式型のモデルを作成し、従来の集計方法によるモデルとの比較を行う。

４．マスター方程式、平均値方程式モデルの定式化　簡単のため「都心」「郊外」の２ゾーンからなる閉じた都市圏を考える。このような都市圏のマクロな性質（人口分布）を表現するには、２つの変数（各ゾーンの人口）n_1, n_2 が必要であるが、総人口（世帯数）が保存されているとすれば１変数ｎだけで表すことができる。ここで単位時間あたりマクロ状態が $n \to n+1, n \to n-1$ へと遷移する確率をそれぞれ $w\uparrow$, $w\downarrow$ と表し、さらに時刻ｔにおいて人口分布がｎである確率を $p(n;t)$ として、隣接した状態間の確率流の連続条件からマスター方程式を定式化する。つぎに単位時間あたり１主体がゾーン間を移動する確率（選択確率）を $p_{12}(n), p_{21}(n)$ とする。マクロ状態の変化 $n \to n \pm 1$ はシステム全体で１主体のみが移動することにより達成されることから、マスター方程式は図－２で示すようになる。

一方、このマスター方程式の各変数を連続変数とみなし、２次の項まで展開し、確率分布 $p(n;t)$ が単峰的であるという条件のもとで１次モーメントを求めると平均値方程式が得られる（図－２）。これは、従来の期待値を求めるタイプのモデルに対応している。

<マスター方程式>

$$dp(n;t)/dt = -w\uparrow(n)p(n;t) - w\downarrow(n)p(n;t) + w\uparrow(n-1)p(n-1;t) + w\downarrow(n+1)p(n+1;t)$$

<平均値方程式>

$$dx/dt = w\uparrow(x) - w\downarrow(x)$$

ここで、

$$w\uparrow(n) = w(n \to n+1) = (N-n)\, p_{21}(n)$$

$$w\downarrow(n) = w(n \to n-1) = n\, p_{12}(n)$$

n :「都心(ｿﾞｰﾝ 1)」人口

N : 総世帯数(=20),

p_{ij} : ｿﾞｰﾝｉからｿﾞｰﾝｊへの主体の移動確率

図－２　運動方程式

$$p_{ij} = \alpha_4 \frac{(H_j - P_j)^{\alpha_3} \exp(\alpha_1 d_{ij} + \alpha_2\, acs_{ij})}{\sum_{k=1}^{2} (H_k - P_k)^{\alpha_3} \exp(\alpha_1 d_{ik} + \alpha_2\, acs_{ik})}$$

H_i :ｿﾞｰﾝｉの住宅ストック(=20)

d_{ij} : ｿﾞｰﾝｉ，ｊ間の距離

α_1, α_2 : 住み替え条件を評価するパラメータ

α_3 : 住み替え可能物件数を評価するパラメータ

α_4 : 住み替え行動の発生速度を表すパラメータ

acs_{ij} : ｿﾞｰﾝｉからｿﾞｰﾝｊに転居した場合の通勤条件の変化

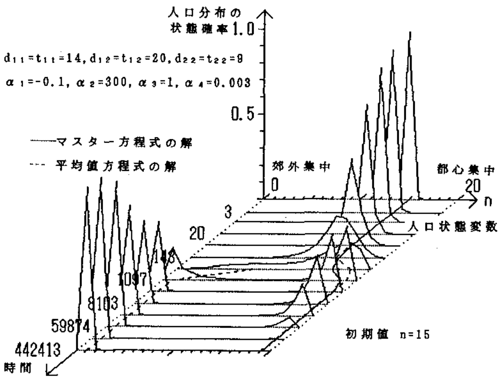
$$acs_{ij} = \sum_{n} (T_{in} / \sum_{k} T_{ik})(1/t_{jn})$$

T_{in} : 旧居住地ｉから従業地ｎへの通勤トリップ数(人口)

t_{jn} : 新居住地ｊから従業地ｎへの時間距離

図－３　住み替え主体の選択確率

５．両運動方程式による挙動の分析　これら２種類の運動方程式モデルの挙動を比較する。住み替え主体の選択確率は、各ゾーンの「空家」数と従業地分布による通勤アクセシビリティからロジットモデルにより求める（図－３）。簡単のため総人口（世帯数）、住宅の総数は一定であると仮定し、また従業地分布はローリーモデルと同様の単純な仮定のもとで人口分布からマクロ量間の連関から求める。現在の状態は既知であるとし初期確率分布にはデルタ分布を与えた場合の、両運動方程式の挙動の例を図－４に示す。パラメータの組み合わせ次第によってはここに示したように、マスター方程式の確率分布の峰が複数個に分岐し、さらに確率の高い方の峰と平均値方程式による予測とが大きく食い違う場合があることがわかった。このような例は、人口の集積がさらに人口を吸引する自己組織的性質が強い場合に発生することが明らかになった。



図－４　運動方程式の挙動例

６．おわりに　本研究では、不確定なミクロレベルの移動を、情報を欠落させることなく、マクロレベルへと集計できるマスター方程式型の住み替えモデルを作成し、平均値型のモデルとの挙動の比較を行い、その有用性を示した。しかし、予測結果と現実の社会システムとの対応や運動方程式の適用可能範囲などについては、今後のさらなる検討が必要である。

1) Ｈ．ハーケン ：「シナジェティクスの基礎」 東海大学出版会 1986
2) Ｗ．バイドリッヒ、Ｇ．ハーグ ：「社会学の数学モデル」 東海大学出版会 1986