IV-231 観測リンク交通量による時間ＯＤ交通量の動的推計手法に関する研究

京都大学大学院　学生員　楊　海
京都大学工学部　正　員　飯田恭敬
京都大学工学部　正　員　佐佐木綱

1．はじめに

近年の情報化時代にともなう交通情報提供、交通制御といった交通運用を行なうには、交通需要の時間変動を反映したきめ細かい時間OD交通量が必要となり、時間変動する交通需要の推計が可能な動的モデルの開発が望まれる。そこで本研究では、時間単位の観測交通量データが得られた場合のOD交通量と発生交通量の時間分布を推計するモデルを提案する。本研究の目的は、トリップの出発時間と道路網上の交通流の間に存在する時間的及び空間的な動的関係を記述することにより、トリップ出発時間の変化による沿道環境影響の評価、交通制御、時差出勤等の各種交通運営計画の策定、実施効果評価等に役立てることにある。

2．モデルの考え方及び定式化

ここでは交通需要の時間変動を明示的に考えるために、各ODペア間の交通量及び各観測点における観測交通量を時間の連続関数として考える。また各発生ノードから各観測点までの所要時間を固定値とする。さらに各OD交通の経路選択は固定して考え、各起終点間の利用経路と経路選択率は走行経路調査や既存配分理論等により推定し、時間OD交通量を推計するにあたって先決されているものとする。

以下は本研究で用いられる主な記号である。

A: 観測リンクの集合である。R, S: それぞれ発生ノードと集中ノードの集合。Q: ODペアの集合。K_{rs}: ODペアrs間の有効経路集合。δ_{akrs}: ODペアrs間の第k番目の経路がリンクaを含むとき1、そうでないとき0。t_{rka}: 発生ノードrから経路kに沿って、観測点aまでの所要時間。$v_a(t)$: 観測点aにおいて観測される通過交通強度関数（単位時間当たりの通過交通量）。$f_{rs}(t)$: rs間をODペアとする発生ノード rからのトリップ発生交通強度関数（単位時間当たりの発生交通量）。p_{krs}: ODペアrs間の交通量の経路kを利用する比率。

いま発生ノードrからのトリップが経路kに沿って観測点aに到達するのに走行時間t_{rka}がかかるため、もし時刻tで観測点 aにおいて観測されているならば、時刻$(t-t_{rka})$でノードrから出発しなければならない。よって、観測点 aにおける任意時刻tでの単位時間通過交通量$v_a^*(t)$は次のように表される。

$$v_a^*(t) = \sum_{rs\in Q}\sum_{k\in K_{rs}} f_{rs}(t-t_{rka})p_{krs}\delta_{akrs} \quad \forall a\in A,\ t_0\leqq t\leqq t_1 \tag{1}$$

ここに$[t_0, t_1]$は観測時間間隔である。

観測点aにおける推計交通量と観測交通量の間の誤差関数を$\bar{v}_a(t)$とすると、

$$\bar{v}_a(t)=\begin{cases}\sum\limits_{rs}\sum\limits_{k} f_{rs}(t-t_{rka})p_{krs}\delta_{akrs}-v_a(t) & \text{for } t_0\leqq t\leqq t_1\\ 0 & \text{for } t<t_0 \text{ or } t>t_1\end{cases} \tag{2}$$

となる。ここでは非観測期間$t<t_0$と$t>t_1$の交通量が考察対象外であるため、誤差関数値$\bar{v}_a(t)=0$とする。

したがってリンクフローの推計値と観測値が等しくなるように、その二乗残差積分和を最小にするように時間OD交通量を推計できる。

$$\text{Min}\quad E[f_{rs}(t)] = \sum_{a\in A}\int_{t_0}^{t_1}\{\bar{v}_a(t)\}^2 dt$$
$$=\sum_{a}\int_{t_0}^{t_1}\{\sum_{rs}\sum_{k} f_{rs}(t-t_{rka})p_{krs}\delta_{akrs}-v_a(t)\}^2 dt \tag{3}$$

以上の定式化においては、時間遅れt_{rka}が含まれているので、直接に時間OD交通量$f_{rs}(t)$を求めることが困難であるため、ここではモデルにおける被積分関数のFourier変換を考える。$F_{rs}(t)$, $V_a(t)$をそれぞれ強度関数$f_{rs}(t)$, $v_a(t)$のFourier変換とする、

$$F_{rs}(x)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi xt} f_{rs}(t)dt \tag{4}$$

$$V_a(x)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi xt} v_a(t)dt \tag{5}$$

ここに $i=\sqrt{-1}$ が虚数単位を表している。

また式(2)で示されている誤差関数 $\bar{v}_a(t)$のFourier変換を$\bar{V}_a(x)$とすると、Fourier変換に関する加法定理と推移定理より

$$\bar{V}_a(x)=\sum_{rs}\sum_{k} p_{krs}\delta_{akrs}e^{-i2\pi xt_{rka}}F_{rs}(x)-V_a(x) \tag{6}$$

となる。

$\bar{v}_a(t)$が実関数であり、また$t\langle t_0$と$t\rangle t_1$において$\bar{v}_a(t)=0$ であるので、$\bar{v}_a(t)$ の取り扱い時間領域$[t_0,\ t_1]$にわたる積分を無限大まで広げていくと、

$$\int_{t_0}^{t_1}\{\bar{v}_a(t)\}^2dt \ = \ \int_{-\infty}^{\infty}|\bar{v}_a(t)|^2dt \qquad (7)$$

となる。さらにFourier変換のParseval等式により、

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\bar{v}_a(t)|^2dt \ = \ \int_{-\infty}^{\infty}|\bar{V}_a(x)|^2dx \qquad (8)$$

が得られる。以上の関係式を用いて目的関数(3)は、以下のような問題P1に変換できる。

P1： OD交通量の時間分布推計

$$\mathrm{Min}\quad E[f_{rs}(t)] = \sum_{a\in A}\int_{t_0}^{t_1}\{\bar{v}_a(t)\}^2dt$$
$$= \sum_{a}\int_{-\infty}^{\infty}\Big|\sum_{rs}\sum_{k}p_{krs}\,\delta_{akrs}\,e^{-i2\pi x t_{rka}}F_{rs}(x) - V_a(x)\Big|^2dx \qquad (9)$$

よって、以上の最小化問題により関数$F_{rs}(x)$が求まれば、次のFourier変換の逆変換により、対象時間領域における時間OD交通量$f_{rs}(t)$が求められる。

$$f_{rs}(t) = \int_{-\infty}^{\infty}e^{i2\pi tx}F_{rs}(x)dx \qquad (10)$$

既存ODパターン等により目的地選択確率q_{rs}($\Sigma_s q_{rs}=1.0$)がわかれば、トリップの発生交通強度(単位時間あたりの発生トリップ数)$f_r(t)$を未知関数とした定式化も可能である。ここで簡単のため、目的地選択確率q_{rs}を固定値とし、時間OD交通量$f_{rs}(t)$はノードrのトリップ発生強度関数$f_r(t)$を用いて、

$$f_{rs}(t) = f_r(t)q_{rs};\quad t_0 \leqq t \leqq t_1,\quad \forall r,\ s \qquad (11)$$

と表される。上式を用いた発生交通量の時間分布推計モデルは、次のような問題P2に示される。

P2： 発生交通量の時間分布推計

$$\mathrm{Min}\quad E[f_r(t] = \sum_{a\in A}\int_{t_0}^{t_1}\{\bar{v}_a(t)\}^2dt$$
$$= \sum_{a}\int_{-\infty}^{\infty}\Big|\sum_{r}\sum_{s}\sum_{k}q_{rs}p_{krs}\,\delta_{akrs}e^{-i2\pi x t_{rka}}F_r(x) - V_a(x)\Big|^2dx \qquad (12)$$

ここに関数$F_r(x)$は、起点ノードrにおけるトリップ発生強度関数$f_r(t)$のFourier変換である。

3. モデルの数値解法

定式化(9)と(12)は制約条件なしの複素関数に関する積分最小化問題であり、数値解法には本質的な相違はない。ここでは定式化(12)を対象にしてモデルの数値解法を説明する。

いま複素関数$G_{ar}(x)$

$$G_{ar}(x) = \sum_{s}\sum_{k}q_{rs}p_{krs}\,\delta_{akrs}\,e^{-i2\pi x t_{rka}}$$

とおき、式(12)に代入すれば、

$$\mathrm{Min}\ E[f_r(t)] = \sum_{a}\int_{-\infty}^{\infty}\Big|\sum_{r}G_{ar}(x)F_r(x) - V_a(x)\Big|^2dx \qquad (13)$$

実際の数値計算においては、有限Fourier変換を用いており、時間領域$[t_0, t_1]$に対応した適当な有限区間$[a,\ b]$における複素関数$F_r(x)$の有限個の離散標本値を求める必要がある。いま閉区間$[a, b]$をM 個の部分区間に分け、各区間中間点の座標をx_0, $x_1, \cdots, x_m, x_{m+1}, \cdots, x_{M-1}$とする。複素関数 $G_{ar}(x)$, $F_r(x)$, $V_a(x)$の各区間の中央値を$G_{ar}(x_m)$, $F_r(x_m)$, $V_a(x_m)$($m=0, 1, \cdots, M-1$)を用いると、式(13)の積分近似値は、次のような数値積分で与えられる。

$$E[f_r(t)] = \sum_{a=1}^{P}\sum_{m=0}^{M-1}w_m\Big|\sum_{r=1}^{N}G_{ar}(x_m)F_r(x_m) - V_a(x_m)\Big|^2 \qquad (14)$$

ここに、P, N はそれぞれ観測リンク数と発生ノード数であり、また重みw_mは用いられる特定の積分則に依存する実定数である。

Re[•], Im[•]をそれぞれ複素数の実部と虚部として

$$\Big|\sum_{r=1}^{N}G_{ar}(x_m)F_r(x_m) - V_a(x_m)\Big|^2$$
$$= \mathrm{Re}\Big[\sum_{r=1}^{N}G_{ar}(x_m)F_r(x_m) - V_a(x_m)\Big]^2$$
$$+ \mathrm{Im}\Big[\sum_{r=1}^{N}G_{ar}(x_m)F_r(x_m) - V_a(x_m)\Big]^2 \qquad (15)$$

という関係式を用いると、式(14)の$F_r(x_m)$に関する最小化問題は、次のような形の線形最小二乗法問題に帰着することになる。

$$\mathop{\mathrm{Min}}_{u_j}\quad \sum_{k=1}^{2PM}\Big[\sum_{j=1}^{2NM}c_{kj}u_j - d_k\Big]^2 \qquad (16)$$

ここに実係数c_{kj}, d_kはそれぞれ複素関数$G_{ar}(x_m)$と$V_a(x_m)$ の実部と虚部から定まる定数であり、またu_jは求めるべき実数パラメータである。

したがって、式(16)より複数関数$F_r(x_m)$の有限個の離散標本値を求めれば、離散Fourier逆変換により、トリップ発生の時間分布$f_r(t)$が求められる。

4. おわりに

以上で提案した動的推計方法を用いて仮想のネットワークを対象に数値計算を行い、かなり精度の高い推計結果が得られているが。今後はモデルの設けた仮定を一般化していく方向に研究を発展させ、実用化を図ることを考えたい。