Ⅳ-225　経路情報の不完備性に着目した交通量配分モデル

鳥取大学工学部　正員　小林潔司

１．はじめに-----本研究では、ドライバーの経路選択における経路情報の役割について考察する。そして、「ドライバーは利用可能な経路情報に基づいて各経路の走行状態を合理的に予測するとともに、その経路情報の不完備性を考慮したうえで期待効用を最大にするような経路を選択する」という行動仮説(以下、合理的期待仮説と呼ぶ)を設ける。さらに、不完備情報下における交通均衡に関する新しい理論的な分析枠組を提示することとする。

２．経路情報の不完備性-----ドライバーが経路選択に利用する情報を、共有情報と私的情報に区別する。共有情報とは、複数の交通主体が共有できる情報であり、１)道路網の特性、２)公共主体が供給する経路情報、３)天候、曜日等の外的条件に関する情報が該当する。一方、私的情報としては４)ドライバーが持つその時々の私的な情報、５)各経路の走行状態に関する過去の経験等があり、他人にはその内容はわからない。経路情報が不完備であるとは、走行条件が確定的に把握できず、ドライバーの経路情報の一部が私的情報で構成されていることを言う。

３．ドライバーの情報構造-----すべてのドライバーが利用した経路情報の集合をω'、情報集合ω'の集合をΩ'、ドライバーの集合を$T=\{1,---,N\}$と定義する。ドライバー$t\in T$が利用した情報集合を対応関係$\Phi_t:\Omega'\to\{\omega_t\}\in\Omega'$により定義する。$\Phi_t$は、情報集合の部分集合を指定する。情報集合$\omega'$が不完備である場合、ドライバー$t$は情報$\Omega'-\{\omega_t\}$を獲得できない。ドライバーが有する情報構造$\omega\in\Omega$を

$$\omega=(\omega',(\Phi_1(\omega'),---,\Phi_N(\omega'))) \tag{1}$$

と表す。ドライバーtは獲得した情報$\Phi_t(\omega')$の下で条件付き生起確率密度関数$\pi_t(\omega|\Phi_t(\omega'))$に基づいてその時点で実現するであろう情報構造を予測する。ドライバーは長期的には経路選択行動による事後情報の蓄積により主観的生起確率密度関数π_tを逐次修正する。この時、一つの長期的な交通均衡概念として、すべてのドライバーが自己が有する情報システムを修正しなくなったような状態を考えることができる。このような均衡状態では、ドライバーは経路条件に関して合理的な期待を形成していると考えることができよう。本研究では、このような均衡状態を「合理的期待均衡」と呼ぶこととする。

４．不完備情報下での経路選択行動-----ドライバー$t\in T$が選択可能な経路集合をθ_t、すべてのドライバーが利用可能な経路集合をΘ、ドライバーtが利用する経路情報を$\overline{\omega}_t(=\Phi_t(\overline{\omega}'))$と表そう。情報構造$\overline{\omega}(=(\overline{\omega}',(\Phi_t(\overline{\omega}'))_{t\in T})\in\Omega$が真の情報構造として実現したと考えよう。ドライバ$t$ーが利用可能な経路情報は$\overline{\omega}_t$であり、彼はどのような情報構造$\overline{\omega}$が実現しているかを知ることができない。ドライバー$t$は条件付き確率密度関数$\pi_t(\omega|\overline{\omega}_t')$を用いて各経路の走行状態を推測すると考える。いま、彼が選択する経路を$\gamma_t(\overline{\omega}_t:\pi_t)$と表現しよう。同様に、すべてのドライバー$t\in T$が選択した経路の集合を$\gamma(\overline{\omega}:\pi)=\{\gamma_t(\overline{\omega}_t:\pi_t)_{t\in T}\}$と表すこととする。つぎに、経路$a\in\theta_t$の走行時間$t_a$を、集合関数(ペイオフ関数)$\tau_a:\Omega\to R$により表そう。情報構造$\overline{\omega}$が実現した時、ドライバーが選択した経路の集合は$\gamma(\overline{\omega})$となる。経路$a$の走行時間は$\tau_a(\gamma(\overline{\omega}))$により表現できる。この時、ドライバー$t$が主観的に想定する経路$a$の期待効用は

$$E_s[U\{\tau_a(\gamma(\overline{\omega}:\pi)),\overline{\omega}_t\}|\overline{\omega}_t]=\int_{\omega\in\Omega}U\{\tau_a(\gamma(\overline{\omega}:\pi)),\overline{\omega}_t\}\pi_t(\omega|\overline{\omega}_t)d\omega \tag{2}$$

となる。E_sは主観的期待値である。不完備情報下における均衡解はすべての$t\in T$に対して

$$\gamma_t(\overline{\omega}_t:\pi)=\arg\max E_s[U\{\tau_a(\gamma(\overline{\omega}:\pi)),\overline{\omega}_t\}|\overline{\omega}_t] \tag{3}$$

が成立する経路集合$\gamma(\overline{\omega}:\pi)$と定義できる。ここで一つの問題が生じる。式(3)では、ドライバーは他のドライバーの主観確率πとそれに基づく経路選択行動$\gamma(\overline{\omega}:\pi)$に関する情報を利用して各経路の期待効用を求めている。しかし、主観確率πは個々のドライバーが占有する私的情報であり、各ドライバーは他人の主観確率πに関する情報を獲得できない。

５．合理的期待均衡-----偶然によりある情報構造ωが実現すると考えよう。ドライバーは経路選択にあたって自らが保有する主観的確率$\pi_t(\omega|\omega_t)$に

基づいて各経路の走行状態の分布状態を想定する。ドライバーが主観的に想定する走行状態の確率分布と実際に実現する走行状態の客観的確率分布が一致すれば、彼は自分の有する主観確率を修正する意志を持たなくなる。このような主観確率$\phi(\omega|\omega_t)$を合理的期待確率と呼ぶ。各ドライバーは自分自身が獲得した経路情報ω_tとその生起分布$\overline{\Phi}(\omega_t)$を知ることができる。したがって、任意の$\omega\in\Omega$に対して次式が成立する。

$$\phi(\omega|\omega_t)=\Pi(\omega)/\overline{\Phi}(\omega_t) \tag{4}$$

ここに、$\overline{\Phi}(\omega_t)=\int_{\omega^t\in\Omega^t} d\Pi(\omega^{t}\cdot\omega_t)$、$\omega^t=\{\omega/\omega_t\}$である。式(4)を満足するような確率$\Pi(\omega)$が存在し､すべてのドライバーがそれを共有すれば、ドライバーがベイズ的に推定するωの生起確率は$\phi(\omega|\omega_t)$に一致する。式(4)を満足する$\Pi(\omega)$が存在すると仮定しよう。すべてのドライバー$t\in T$が合理的期待確率$\phi(\omega|\omega_t)$を保有する時、ドライバーの経路選択行動の均衡状態は任意の$t\in T$と任意の$\overline{\omega}\in\Omega$に対して、

$$\gamma_t(\overline{\omega}_t:\phi_t^*)=\arg\max_a E^*[U\{-\tau_a(\gamma(\omega:\phi^*)),\overline{\omega}_t\}|\overline{\omega}_t] \tag{5}$$

が成立するような経路集合$\gamma(\overline{\omega}:\phi^*)$と定義できる。ここに、$E^*[\cdot|\overline{\omega}_t]$は合理的期待確率$\phi(\omega|\overline{\omega}_t)$に関する期待値を表している。式(5)で定義される均衡解は､不完備情報ゲームにおけるベイズ＝ナッシュ均衡解に他ならない。ここで、式(5)を満足する均衡解$\{\phi^*,\gamma(\overline{\omega}:\phi^*)\}$を｢合理的期待均衡｣と呼ぶ。

６．合理的期待均衡モデル

------合理的情報システムϕ_t^*を与件とし、ドライバー$t\in T$の経路$a\in\Theta$に対する期待効用関数V_{at}を次式で定義する。

$$V_{at}(\overline{\omega}_t:\phi_t^*)=E^*[U\{-\Sigma_{z\in\kappa_a}\upsilon_z[X_z(\omega:\phi^*)]\}+\overline{\xi}_a^t+\overline{\eta}_a] \tag{6}$$

$\upsilon_z(\cdot)$：リンク$z\in\kappa$の走行時間関数、$X_z(\omega:\phi^*)=\Sigma_{t\in T}\delta_z(\gamma_t(\overline{\omega}_t:\phi_t^*))$でありリンクzの交通量、$\delta_z$は経路$\gamma_t(\overline{\omega}_t:\phi_t^*)$がリンクzを通過する時に1,そうでない時に0をとる関数，κ_a経路aを構成するリンクの集合､$\overline{\xi}_a^t$:経路aに関する私的情報､$\overline{\eta}_a$:共有情報である。

一般的な条件のもとで合理的期待均衡を解析的に導出することは困難である。均衡解を求めるためにはシミュレーションに頼らざるを得ない。しかし、個人の私的情報の独立性を仮定すれば、均衡解の導出は容易になる。いま、ξ_{at}が平均λの独立なワイブル分布に従うと考える。合理的期待ϕ^*の下でυ_zが平均μ_z,分散σ_z^2の正規分布に従うと仮定しよう(線形走行時間関数の下ではυ_zは正規分布に従う)。ドライバーtの経路aに対する期待効用は

$$E^*[U_a(-\Sigma_{z\in\kappa_a}\upsilon_z(X_z(\omega:\phi^*))+\xi_{at}+\eta_a]$$
$$=-\Sigma_{z\in\{a\}}\{\mu_z+\kappa(\sigma_z^2)\}+\eta_a \tag{7}$$

となる。$\kappa(\cdot)$はリスクプレミアムであり$\kappa(\sigma_z^2(\eta))=\sigma_z^2(\eta)U''/2U'(>0)$と表現できる。ドライバーの絶対危険回避度($\alpha=-U''/2U'$)を一定と仮定する。合理的期待の下でドライバーが経路aを選択する確率をP_aとしよう｡一方､経路交通量の分布は期待値$E[q]=\{E(q_a^k)\}$,共分散行列Σを持つ正規分布MVN$(E[q],\Sigma)$より近似できる｡$E[q_a^k]=Q^kP_a^k$､共分散行列の各要素は$var[q_a^k]=Q^kP_a^k(1-P_a^k)$,$cov[q_a^k,q_{a'}^k]=-Q^kP_a^kP_{a'}^k(a\neq a')$,$cov[q_a^k,q_{a'}^{k'}]=0(k\neq k')$で与えられる｡リンク走行時間が$\tau_z=\alpha_z+\beta_z(\Sigma_k\Sigma_{a\in\theta^k}\delta_{a,z}q_a^k)$と線形関数で表されると仮定しよう。この時､リンクzの平均走行時間$\mu_z(p:\eta)$及びその分散$\sigma_z(p:\eta)^2$は次式のようになる。

$$\mu_z=\alpha_z+\beta_z\Sigma_kQ^k\Sigma\delta_{a,z}P_a^k \tag{8}$$

$$\sigma_z^2=\beta_z^2\Sigma_kQ^k\Sigma\delta_{a,z}P_a^k(1-P_a^k) \tag{9}$$

ただし､$\delta_{a,z}$は0-1変数である｡この時、合理的期待均衡はすべての$a\in\theta^k,k\in\Delta$に対して

$$P_a^k(\eta)=\frac{\exp\{\lambda EU_a(P:\eta)\}}{\Sigma_{b\in\theta^k}\exp\{\lambda EU_b(P:\eta)\}} \tag{10}$$

を同時に満足するような$P^*(\eta)=\{P_a^{k*}(\eta)\}(a\in\theta^k,k\in\Delta)$として求めることができる｡ただし、$EU_a(\eta)=\Sigma_{z\in\kappa_a}[-\mu_z(p:\eta)-\kappa(\sigma_z(p:\eta)^2)+\eta_a]$である。

７．おわりに

本稿では不完備情報下における交通均衡概念に関する一つの試案を提示した。このような研究は､道路網の信頼性分析や経路誘導の方策を検討するための基礎研究として位置付けられよう｡本研究は緒についたばかりであり、均衡解の存在性とその安定性の問題、分析枠組の動学化､操作的な配分モデルの提案等今後に残された課題は多い。紙面の都合上、数値計算の結果については省略し､講演時に発表することとする。なお、本研究の遂行にあたっては岡田教授,多々納助手(鳥取大学),朝倉講師(愛媛大学)との議論を通じて多くの知見を得た。ここに感謝の意を表します。