IV-217 変動需要型の車種別均衡配分に関する検討

名古屋大学　学生員　○徐　志敏
名古屋大学　正　員　河上省吾
豊橋技術科学大学　正　員　広畠康裕

1. はじめに

著者ら[1)]はすでに非対称リンクコスト関数のネットワーク均衡概念を用いて固定需要型の車種別確定均衡配分問題の均衡解の存在性、唯一性について検討し、均衡解が唯一的に存在する条件を示したが、本研究ではその結果を変動需要型の車種別均衡問題まで拡張することを目的としている。*Daganzo*[2)]は換算率を用いて車種別交通量を等価交通量に換算し、リンクコスト関数が厳密に単調増加であれば、等価交通量に対して均衡解が唯一的に存在することを示したが、この方法では交通の環境影響評価や土地利用への影響の評価において必要な大型車と普通車といった車種別リンク交通量を唯一的に決めることができない。そこで、本研究では仮想ネットワーク概念を用い、変動需要型車種別均衡問題を固定需要型の車種別均衡問題に変換し、現実性のある車種別リンクコスト関数を設定した上で、その均衡解が唯一的に決まる条件を検討する。

2. 変動需要型の場合車種別均衡問題の定式化

まず、図-1のような一O-Dペアのネットワークを考え、枠内のネットワークを基本ネットワークBとする。いま、O-Dペアr,s間に２本の仮想大型車超過交通量リンクHTと仮想普通車交通量リンクHCを設定することによって、変動需要型の車種別均衡問題を仮想ネットワークHにおける固定需要型車種別均衡問題に変換する。

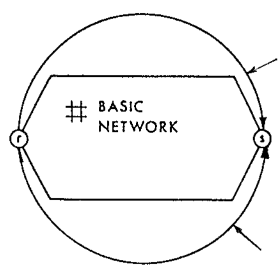

図-1

基本ネットワークBの車種別リンクコスト関数は次のBPR型関数によって定義される[1)]。

$$t_{aT} = t^0_{aT}[1.0 + \alpha_T(\frac{x_{aT} + \eta x_{aC}}{C_{aT}})^{\beta_T}] \quad ; \quad t_{aC} = t^0_{aC}[1.0 + \alpha_C(\frac{x_{aC} + \xi x_{aT}}{C_{aC}})^{\beta_C}] \ \forall a \qquad (1)$$

式(1)において、η, ξはそれぞれ大型車の走行に対する普通車交通量の影響度合と普通車の走行に対する大型車の影響の度合を反映するパラメータで、それ以外の記号はBPR関数のものを大型車と普通車別に書き直したものである。

大型車と普通車の交通需要は式(2)に示す指数型関数で与えられるとする。

$$q^T_{rs} = \kappa^{rs}_T exp(-\theta_T t^{rs}_{HT}) \quad ; \quad q^C_{rs} = \kappa^{rs}_C exp(-\theta_C t^{rs}_{HC}) \quad \forall r, s \qquad (2)$$

ここに、$\kappa^{rs}_T, \kappa^{rs}_C$と$\theta_T, \theta_C$はO-Dペアr,s間の大型車と普通車に対するゾーン間交通魅力度を示す係数で、正の定数である。t^{rs}_{HT}, t^{rs}_{HC}はODペアr,s間の大型車と普通車の最小コストで、次のように考えることによって仮想リンクHT,HCのリンクコストでもあると解釈することができる。すなわち、O-Dペアr,s間の車種別交通需要量の上限をそれぞれ$\bar{q}^T_{rs}, \bar{q}^C_{rs}$とすると、仮想リンクHT,HCのリンク交通量$x_{HT}, x_{HC}$を以下のように表すことができる。

$$x_{HT} = \bar{q}^T_{rs} - q^T_{rs} \ ; \quad x_{HC} = \bar{q}^C_{rs} - q^C_{rs} \tag{3}$$

そして、式(2)と式(3)により、次式が得られるが、

$$t_{HT} = -\frac{1}{\theta_T} ln(\frac{\bar{q}^T_{rs} - x_{HT}}{\kappa^{rs}_T}) \ ; \quad t_{HC} = -\frac{1}{\theta} ln(\frac{\bar{q}^C_{rs} - x_{HC}}{\kappa^{rs}_C}) \tag{4}$$

これはリンクコストがリンク交通量の増加関数で与えられることを表しており、仮想リンクHT、HCのコスト関数であると解釈できるわけである。こうすることによって、仮想ネットワークHにおける固定需要$(\bar{q}^T_{rs}, \bar{q}^C_{rs})$の車種別交通均衡問題「経路を変更することによって自分のコストを削減できる利用者がいない状態」は基本ネットワークBにおける車種別変動需要の均衡問題と等価になるのである。

3. 均衡解の唯一性の検討

式(1)と式(4)で定義されたリンクコスト関数は厳密に単調増加であり、均衡解の存在性に問題はないが、唯一性の条件は等価仮想ネットワークHにおいて、固定需要の場合と同様にリンクコスト関数のヤコビ行列$\nabla_X \mathbf{T}$が正定となる条件を示せばよいのである。

$$\nabla_X \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \nabla^B_X \mathbf{t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial t_{HT}}{\partial x_{HT}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial t_{HC}}{\partial x_{HC}} \end{pmatrix} \tag{5}$$

ここに小行列$\nabla^B_X \mathbf{t}$は基本ネットワークBのリンクコスト関数のヤコビ行列である。また、式(4)を微分すれば式(6)が得られるが、

$$\frac{\partial t_{HT}}{\partial x_{HT}} = \frac{1}{\theta_T}(\frac{\kappa^{rs}_T}{\bar{q}^T_{rs} - x_{HT}}) > 0 \ ; \quad \frac{\partial t_{HC}}{\partial x_{HC}} = \frac{1}{\theta_C}(\frac{\kappa^{rs}_C}{\bar{q}^C_{rs} - x_{HC}}) > 0 \tag{6}$$

式(6)の二つの偏微分が常に正であるため、$\nabla^B_X \mathbf{T}$の正定条件は小行列$\nabla^B_X \mathbf{t}$のそれと同じになることが分かる。参考文献1)から、その十分条件は以下のようになる。

$$\frac{\partial t_{aT}}{\partial x_{aT}} > \frac{1}{2}(\frac{\partial t_{aT}}{\partial x_{aC}} + \frac{\partial t_{aC}}{\partial x_{aT}}); \quad \frac{\partial t_{aC}}{\partial x_{aC}} > \frac{1}{2}(\frac{\partial t_{aC}}{\partial x_{aT}} + \frac{\partial t_{aT}}{\partial x_{aC}}) \tag{7}$$

すなわち、交通需要が式(2)のような指数関数で与えられる場合、式(7)は変動需要型の車種別均衡解が唯一的に存在する十分条件となっている。そして、車種別リンクコスト関数が式(1)で与えられる場合には、参考文献1)に従うと、その十分条件は近似的にさらに簡略化でき、$\eta\xi < 1.0$となる。

4. おわりに

本研究は一ODペアのネットワークを例に変動需要の場合の車種別交通均衡の解が唯一的に存在する条件を示したが、その結果は多ODの場合まで拡張することができる。ここで、需要関数を指数型関数と仮定したが、それ以外に重力モデル、弾性モデルなど図-1のような仮想ネットワークを作れるような需要関数でさえあれば、本研究に示された十分条件が成り立つことも容易に証明できる。

参考文献

1) 河上・広畠・徐: 大型車と普通車を分離した車種別均衡交通量配分法に関する検討。土木計画学研究・論文集 No.7 pp.243-250 1989.12

2) C.F.Daganzo: Stochastic Network Equilibrium with Multiple Vehicle Types and Asymmetric,Indefinite Link Cost Jacobians,Transp.Sci.,Vol.17,No.3,pp282-300, 1983.