

IV-129

四辺形調整に関する覚書

八戸工業大学 正会員 岩淵清行

1. まえがき

四辺形調整厳密解の分類表(付....答を示してある日本語の本)を書いてみると次のようになる。

(1) 方向補正法 - (イ) 図形調整 (千葉忠二著 測量のための最小二乗法¹⁾)

- (ロ) 座標調整 (日本語の本には解を示したものなし)

(2) 角補正法 - (イ) 図形調整 (中村, 村井共著 測量学²⁾)

- (ロ) 座標調整 (森忠次著 測量学2 応用編³⁾)

この覚書は平面三角測量に於ける四辺形調整のうち国語の本にはない座標調整による方向補正法解をDavisらのSURVEYING⁴⁾ に書かれている角の重さ係数行列を使った手法に従って紹介するものである。

2. 角の重さ係数行列について

最小二乗法の理論を展開する前に角の重さ係数行列(これを[Q]と書く)について述べる。既述Davisらの本では[Q]は(2-1)の如くに与えられるがそれは角 θ_j の番号の付け方が1/2型(図1(a)参照)だからで、森氏の本の場合のように1/8型(図1(b)参照)の時は証明を省略するが(2-2)のようになる。観測精度は等しいとしてある。以下この覚書では1/8型の時の解を示す。

$$[Q] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \dots(2-1)$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \dots(2-2)$$

3. 準備....座標調整で角補正法解をもとめる時の解公式

まえがきで述べたようにこれは森先生の本に書かれているがそれを行列形式で書くと以下のようになる。すなわち観測値 θ_j の最確値を $\theta_j + \Delta\theta_j$ と書くことにした場合

角の観測方程式は $[\Delta\theta] = [A][\Delta V] + [\text{定数項}] \quad \dots\dots\dots(3-1)$

となる。ところで角補正法とは観測値 $\theta_j(j=1,2,\dots,8)$ が相互にすべて独立だとするもので、更に伝統に従って観測精度を等しいと仮定すると、先ず次の公式で $[\Delta V]$ を求め

$$[\Delta V] = -([A]^T[P][A])^{-1}[A]^T[P][F] \quad \dots\dots(3-2)$$

これを(3-1)に代入して $[\Delta\theta]$ を求める。ここに[P]は重さをあらわし今の場合単位行列である。また、 $[F] \equiv [\text{定数項}]$ である。

4. 座標調整で「方向補正解」を求める時の解公式

$[P] \equiv [Q]^{-1}$ とおくと、この覚書の目的とする解公式は上に示した角補正法の場合の解公式そのままである。すなわち式(3-1), (3-2)が求める解公式である。

5. 数値計算

図1(b)において観測値は $\theta_1=32.0017$, $\theta_2=49.2502$, $\theta_3=34.1132$, $\theta_4=64.5523$, $\theta_5=30.3453$, $\theta_6=50.5120$, $\theta_7=82.0915$, $\theta_8=16.2523$ (度分秒)と与えられている(森氏の本による)。これら θ_j の値がトランシットの「方向観測法」で得られたとする。と言う事は、トランシットの生の観測値(目盛り)としては度分秒で、

$$\begin{aligned} AB \rightarrow 0, \quad AC \rightarrow \theta 1 (\equiv 32.0017), \quad AD \rightarrow \theta 1 + \theta 8 (\equiv 48.2540) \\ BA \rightarrow 0, \quad BD \rightarrow \theta 2 (\equiv 49.2502), \quad BC \rightarrow \theta 2 + \theta 3 (\equiv 83.3634) \\ CB \rightarrow 0, \quad CA \rightarrow \theta 4 (\equiv 64.5523), \quad CD \rightarrow \theta 4 + \theta 5 (\equiv 95.3016) \\ DC \rightarrow 0, \quad DB \rightarrow \theta 6 (\equiv 50.5120), \quad DA \rightarrow \theta 6 + \theta 7 (\equiv 133.0035) \end{aligned}$$

と与えられていたと考えてよい。

この場合の θ_j の最確値 $\theta_j + \Delta\theta_j$ を座標調整法で計算するには、先ず二点A, Bの座標をそれぞれ($x_a=0, y_a=0$), ($x_b=1000, y_b=0$) (単位メートル)と仮定しそれに見合う座標系をXY-Oとする。従って二点A B間の距離は1000で、この値と観測値からC, Dの近似座標を計算しそれぞれ($x_c=934.6151875, y_c=584.1194984$), ($x_d=508.7166924, y_d=573.5412207$)となる。(以下 π° の關係で切り捨て表示するも最後まで10桁計算である。)

観測方程式... (3-1)の具体的な(結果の)かたち。角の途中計算はラジアン単位

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta 1 \\ \Delta\theta 2 \\ \Delta\theta 3 \\ \Delta\theta 4 \\ \Delta\theta 5 \\ \Delta\theta 6 \\ \Delta\theta 7 \\ \Delta\theta 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -48.0 & 76.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100.5 & 86.1 \\ 169.0 & 18.9 & -100.5 & -86.1 \\ -120.9 & -95.8 & 0 & 0 \\ -42.2 & -157.7 & -5.8 & 234.6 \\ -5.8 & 234.6 & 106.3 & -148.5 \\ 0 & 0 & -2.9 & -172.6 \\ 48.0 & -76.9 & -97.5 & 86.5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta x_c \\ \Delta y_c \\ \Delta x_d \\ \Delta y_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.2015 \\ 6.0869 \\ 1.4685 \\ 0.9402 \\ -26.9180 \\ 1.2528 \\ -0.0000 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5}$$

座標調整量を求める計算... (3-2)の具体的なかたち。単位メートル。

$$\begin{bmatrix} \Delta x_c \\ \Delta y_c \\ \Delta x_d \\ \Delta y_d \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 10.494 & 5.592 & -2.172 & -5.588 \\ 5.592 & 22.104 & 5.723 & 21.502 \\ -2.172 & 5.723 & 6.136 & -5.080 \\ -5.588 & -21.502 & -5.080 & 29.500 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} -0.1788 \\ 1.3004 \\ 0.6133 \\ -1.2304 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6}$$

$$\therefore \Delta x_c = -0.046802, \Delta y_c = 0.066638, \Delta x_d = 0.022885, \Delta y_d = 0.001940$$

従って角 θ の補正量 $\Delta\theta$ は(秒単位にもどして)

$$\begin{aligned} \Delta\theta 1 = 15.21, \Delta\theta 2 = 5.50, \Delta\theta 3 = -6.25, \Delta\theta 4 = 1.52, \Delta\theta 5 = -15.00, \Delta\theta 6 = -18.27, \\ \Delta\theta 7 = 1.75, \Delta\theta 8 = -19.47 \dots \text{倍精度でも小数二位までは同じ} \end{aligned}$$

6. 参考文献 1) 千葉忠二著 測量のための最小二乗法 山海堂 初版16刷(昭和55年) p.132など 2) 中村, 村井共著 測量学 1981年 技法堂 pp.212-217 3) 森忠次著 測量学2応用編 丸善 昭和56年 p.74 4) Davis, Foote, Anderson, Mikail, SURVEYING THEORY AND PRACTICE, McGraw-Hill, 1981, pp.942-948

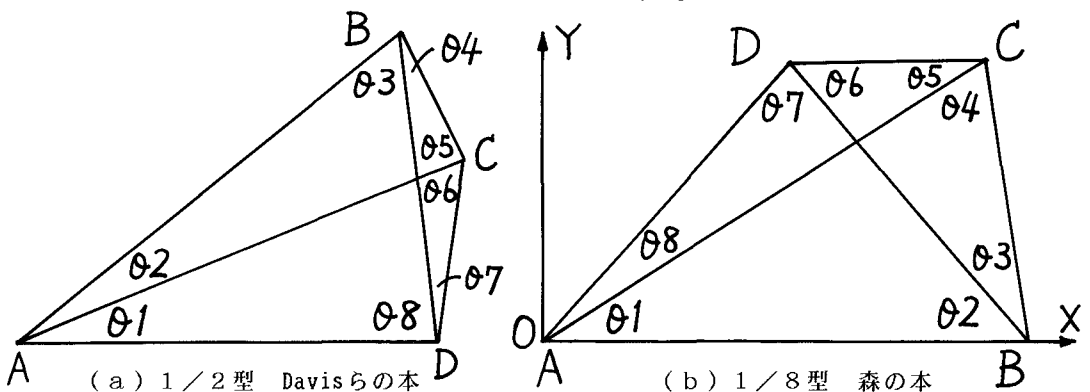


図1 四辺形調整の場合 角 θ_j の番号のつけかたには二つの型がある