Ⅳ-40

減圧給水下の家計の水消費に関する比較静学分析

鳥取大学工学部　正員　多々納裕一
鳥取大学工学部　正員　岡田　憲夫
鳥取大学工学部　正員　小林　潔司

１．研究の目的と概要　減圧給水下においては、家計は平常時より低い給水圧にさらされるため、平常時と同量の水量を確保するには、より多くの時間を消費するようになる。利用可能な時間には限りがあるから、家計はより効率的な時間及び所得の配分を模索し、その結果、水利用に関わるサービスの消費量が決定される。本研究では、ミクロ経済学的な観点から家計の水消費行動をモデル化し、比較静学分析を通じて減圧給水下における家計の水消費の特性に関する考察を行う。

２．家計の水消費行動のモデル化　家計は、水利用の用途毎に時間t_i，水x_i，一般財g_iという稀少資源を投入してサービスz_iを生産し、これを消費することにより効用を得ていると考えることができる。ここで、再利用水等の同一投入要素が複数のサービス生産に供せられることはない（結合生産は行われない）と仮定すれば、次式のように家計生産関数を用いてサービスの生産関係を表現することができる。

$$z_i = f(x_i, t_i, g_i) \qquad (i=1, \dots, n) \qquad (1)$$

また、家計の水消費行動は時間及び所得の制約を受けるが、時間は一定の賃金率ｗで所得と代替可能である（full income - full cost仮説）。と仮定する。この仮定により、総利用可能時間をT，余暇時間をl，単位水量当りの獲得所要時間をτとし、固定所得をy，水の価格をp，一般財の価格をq_i，合成財の需要量をZとして、時間及び所得の制約を次式のように単一の制約式で表現することができる。ここに、Y=y+wTとおいた。

$$\Sigma_i (p+\tau w) x_i + \Sigma_i w t_i + \Sigma_i q_i g_i + wl + Z = Y \qquad (2)$$

ここで、$\tau w x_i$はサービスiの生産に投入される水量x_iを確保するために必要な時間τx_iを金銭タームで評価したものであり、一種の取引費用とみなすことができる。従って、$(p+\tau w)x_i$は取引費用$\tau w x_i$を含むという意味で、一般化された獲得コストを表わしている。そこで、$(p+\tau w)x_i$を水量確保のための一般化費用、$p+\tau w$を水の一般化価格と呼ぶこととする。

従って、家計の水消費行動は上述の制約下での効用最大化行動として以下のように定式化することができる。ここで、効用関数$u(z, l, Z)$は、連続微分可能な準凹関数である。

$$v(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y) = \max_{z, l, Z} \{u(z, l, Z)\}$$
$$\text{s.t.} \quad z_i = f(x_i, t_i, g_i) \quad (i=1, \dots, n)$$
$$\Sigma_i (p+\tau w) x_i + \Sigma_i w t_i + \Sigma_i q_i g_i + wl + Z = Y \qquad (3)$$

さて、ここで、サービス生産技術が規模に関して収穫一定であると仮定すると、上述の家計の水消費行動モデルは、以下の２段階のモデルに展開できる。

（Ⅰ）
$$\pi_i(p, \tau, w, q_i) z_i = \min_{x_i, t_i, g_i} \{(p+\tau w)x_i + wt_i + q_i g_i\}$$
$$\text{s.t.} \quad z_i = f(x_i, t_i, g_i) \quad (i=1, \dots, n) \qquad (4)$$

（Ⅱ）
$$v(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y) = \max_{z, l, Z} \{u(z, l, Z)\}$$
$$\text{s.t.} \quad \Sigma_i \pi_i(p, \tau, w, q_i) z_i + wl + Z = Y \qquad (5)$$

ここで、$\pi_i(p, \tau, w, q_i)$はcommodity price を表わし、$\pi_i(p, \tau, w, q_i) z_i$はサービスiの生産に投入されるful costを表わしている。まず、（Ⅰ）の問題を解くことにより、commodity price$\pi_i(p, \tau, w, q_i)$及び水・時間・一般財の条件付き要素需要関数$x_i(p, \tau, w, q_i, z_i)$，$t_i(p, \tau, w, q_i, z_i)$，$g_i(p, \tau, w, q_i, z_i)$を求めることができる。これらの条件付き要素需要関数はシェパードの補題から以下のように表現される。

$$x_i(p, \tau, w, q_i, z_i) = \frac{\partial \pi_i}{\partial (p+\tau w)} z_i \qquad (6)$$
$$t_i(p, \tau, w, q_i, z_i) = \frac{\partial \pi_i}{\partial w} z_i \qquad (7)$$
$$g_i(p, \tau, w, q_i, z_i) = \frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} z_i \qquad (8)$$

commodity price$\pi_i(p, \tau, w, q_i)$が求まると（Ⅱ）の問題の解として、サービス、余暇時間、合成財の需要関数$z_i(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y)$，$l(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y)$，$Z(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y)$を求めることができる。さらに、$z_i(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y)$を式(6)～(8)に代入することで以下のように水・時間・一般財の需要関数を求めることができる。

$$x_i(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y) = \frac{\partial \pi_i}{\partial (p+\tau w)} z_i(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y) \qquad (9)$$
$$t_i(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y) = \frac{\partial \pi_i}{\partial w} z_i(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y) \qquad (10)$$
$$g_i(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y) = \frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} z_i(p, \tau, w, \mathbf{q}, Y) \qquad (11)$$

３．減圧給水下の家計の水消費行動（τの変化に対する比較静学分析）　減圧給水下では、単位水量当りの獲得所要時間τが増大する。家計はこれに伴い

時間・水・一般財といった自己の持つ資源の再配分を行ってこれに対処する。一方、短期的には減圧給水下にあっても水の価格pや賃金率w及び所得yは変化しないと考えられる。ここでは、τの増加が家計の資源配分に及ぼす影響を、比較静学分析を通じて考察する。

<u>(1)　余暇時間及び合成財への支出への影響</u>　一般に、渇水時には家事労働時間の増大、臨時出費の増加等が渇水の影響として広く認識されている。これは、裏を返せば余暇時間l及び合成財への支出Zの減少が生じると解釈することができる。ここで、full income Yに対するサービスkに投入されるfull cost $\pi_k z_k$のシェアをS_k（$=\pi_k z_k / Y$）とおき、$\pi_k z_k$に対する水量確保のための一般化費用$(p+\tau w)x_i$のシェアを$s^k{}_1$（$=(p+\tau w)x_i / \pi_k z_k$）とおくこととする。水の一般化価格$(p+\tau w)$に対する$S_k$及び$s^k{}_1$の弾力性をそれぞれ$\eta^k{}_1$, $\delta^k{}_{11}$として以下のように定義しよう。

$$\eta^k{}_1 = (\partial S_k / \partial (p+\tau w)) \cdot (p+\tau w / S_k) \qquad (12)$$

$$\delta^k{}_{11} = (\partial s^k{}_1 / \partial (p+\tau w)) \cdot (p+\tau w / s^k{}_1) \qquad (13)$$

さらに、サービスkの自己価格弾力性ρ_{kk}及び交差価格弾力性ρ_{ik}を以下のように定義する。

$$\rho_{kk} = -(\partial z_k / \partial \pi_k) \cdot (\pi_k / z_k) \qquad (14)$$

$$\rho_{ik} = (\partial z_k / \partial \pi_i) \cdot (\pi_i / z_k) \quad (i \neq k) \qquad (15)$$

すると、$\eta^k{}_1$は次式のように変形される。

$$\eta^k{}_1 = s^k{}_1 (1-\rho_{kk}) + \sum_{i \neq k} s^i{}_1 \cdot \rho_{ik} \qquad (16)$$

ここで、$\eta^k{}_1 > 0$のとき$\pi_k z_k$は増加し、$\eta^k{}_1 < 0$のとき$\pi_k z_k$は減少する。従って、$\Sigma_k S_k \eta^k{}_1 > 0$のとき、サービス生産に配分されるfull costの和$\Sigma_k \pi_k z_k$は増加し、余暇時間または合成財への配分が減少することとなる。

<u>(2)　要素需要（時間・水・一般財）への影響</u>　水の一般化価格$(p+\tau w)$に対する水・時間・一般財の要素需要の弾力性を、$\sigma^k{}_{11}, \sigma^k{}_{12}, \sigma^k{}_{13}$とおく。これらは以下のようにそれぞれ式(17)～(19)で定義される。

$$\sigma^k{}_{11} = -\frac{\partial x_k(p,\tau,w,q,Y)}{\partial (p+\tau w)} \frac{p+\tau w}{x_k(p,\tau,w,q,Y)} \qquad (17)$$

$$\sigma^k{}_{12} = \frac{\partial t_k(p,\tau,w,q,Y)}{\partial (p+\tau w)} \frac{p+\tau w}{t_k(p,\tau,w,q,Y)} \qquad (18)$$

$$\sigma^k{}_{13} = \frac{\partial g_k(p,\tau,w,q,Y)}{\partial (p+\tau w)} \frac{p+\tau w}{g_k(p,\tau,w,q,Y)} \qquad (19)$$

同様に、水の一般化価格$(p+\tau w)$に対する、水・時間・一般財の条件つき要素需要の弾力性を、$e^k{}_{11}, e^k{}_{12}, e^k{}_{13}$とおくと、これらは以下のようにに定義される。

$$e^k{}_{11} = -\frac{\partial x_k(p,\tau,w,q_i,z_i)}{\partial (p+\tau w)} \frac{p+\tau w}{x_k(p,\tau,w,q_i,z_i)} \qquad (20)$$

$$e^k{}_{12} = \frac{\partial t_k(p,\tau,w,q_i,z_i)}{\partial (p+\tau w)} \frac{p+\tau w}{t_k(p,\tau,w,q_i,z_i)} \qquad (21)$$

$$e^k{}_{13} = \frac{\partial g_k(p,\tau,w,q_i,z_i)}{\partial (p+\tau w)} \frac{p+\tau w}{g_k(p,\tau,w,q_i,z_i)} \qquad (22)$$

式(17)～(22)により、

$$\sigma^k{}_{11} = e^k{}_{11} + s^k{}_1 \cdot \rho_{kk} - \sum_{i \neq k} s^i{}_1 \cdot \rho_{ik} \qquad (23)$$

$$\sigma^k{}_{1j} = e^k{}_{1j} - s^k{}_1 \cdot \rho_{kk} + \sum_{i \neq k} s^i{}_1 \cdot \rho_{ik} \quad (j=2,3) \qquad (24)$$

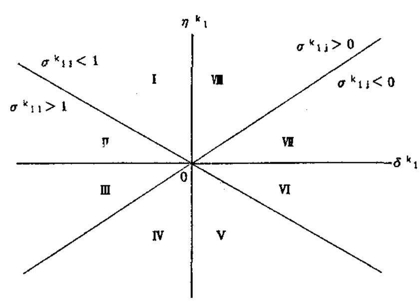
$$1-\sigma^k{}_{11} = 1 - s^k{}_1 - e^k{}_{11} + \eta^k{}_1 = \delta^k{}_{11} + \eta^k{}_1 \qquad (25)$$

$$\sum_{j \neq 1} s^k{}_j \sigma^k{}_{1j} = (1-s^k{}_1)\eta^k{}_1 - s^k{}_1 \delta^k{}_{11} \qquad (26)$$

ここで、水の一般化価格$(p+\tau w)$に対する水需要の弾力性$\sigma^k{}_{11}$は、水量確保のための一般化費用$(p+\tau w)x_k$と密接な関係がある。すなわち、$1-\sigma^k{}_{11} > 0$のとき、$(p+\tau w)x_i$は増大し、$1-\sigma^k{}_{11} < 0$のとき、$(p+\tau w)x_k$は減少する。従って、水量x_kの確保に必要な時間τx_kは$1-\sigma^k{}_{11} > 0$のとき増大し、$1-\sigma^k{}_{11} < 0$のとき減少することとなる。なお、$\sigma^k{}_{11}$は式(23)より、$e^k{}_{11}$、$s^k{}_1$及びρ_{ik}の値によって規定される。

また、$\sigma^k{}_{1j}$は水の一般化価格$(p+\tau w)$の増加に対して水以外の投入要素（時間・一般財）の需要が増加するか減少するかを図る尺度となっている。すなわち、水以外の投入要素jの需要は、$\sigma^k{}_{1j} > 0$のとき増大し、$\sigma^k{}_{1j} < 0$のとき減少するのである。式(22)より$\sigma^k{}_{1j}$は$e^k{}_{1j}$、$s^k{}_1$及びρ_{ik}の値によって規定される。ここで、水以外の投入要素に配分される一般化費用の和$(w_k t_k + q_k g_k)$の増減は、$\sum_{j \neq 1} s^k{}_j \sigma^k{}_{1j}$の値によって規定される。すなわち、$\sum_{j \neq 1} s^k{}_j \sigma^k{}_{1j} > 0$のとき$(w_k t_k + q_k g_k)$は増加し、$\sum_{j \neq 1} s^k{}_j \sigma^k{}_{1j} > 0$のとき減少する。

以上を整理して図－１に示す。これは式(25)，(26)により$(\delta^k{}_{11}, \eta^k{}_1)$の値によってⅠ～Ⅷの領域に要素需要の傾向の一致するサービスを分類したものである。これらの領域に属するサービスの要素需要の特性と該当するサービスの種別を表－１に整理しておく。



図－１　$(\eta^k{}_1, \delta^k{}_{11})$と要素需要の関係

表－１　図－１の領域の意味

	$\pi_k z_k$	$s^k{}_1$	$(p+\tau w)x_k$	t_k, g_k	該当例
Ⅰ	増　加	減少	増　加	増　加	洗　濯
Ⅱ	増　加	減少	減　少	増　加	
Ⅲ	減　少	減少	減　少	増　加	炊　事
Ⅳ	減　少	減少	減　少	減　少	
Ⅴ	減　少	増加	減　少	減　少	散　水
Ⅵ	減　少	増加	増　加	減　少	
Ⅶ	増　加	増加	増　加	減　少	風　呂
Ⅷ	増　加	増加	増　加	増　加	水洗トイレ