土木学会第45回年次学術講演会（平成２年９月）

Ⅳ-16　先行，後続作業のあいまいな重複関係を許す工程計画手法

九州大学工学部　正員　樗木武，学生員 M.タティシュ
九州大学工学部　学生員　○横山純，姜元義

本研究は，作業間であいまいな順序関係が考慮できる工程計画手法PERT･FROVを提案するものである．

１．作業要素の順序関係に関する考察とその定式化．

作業間の関係には多様な内容があるが，それらを先行，後続作業の開始Sと終了Fのペアで考えれば，SS，SF，FS，FFの4通りとなる．また「先行作業を開始(あるいは終了)した後，○日以降に…できる」，「先行作業を開始(あるいは終了)した後，○日迄に…しなければならない」，「先行作業を開始(あるいは終了)する○日前から…できる」，「先行作業を開始(あるいは終了)する○日前迄に…しなければならない」とする表現の違いによる4通りがある．さらに，こうした判断が確定的か，あいまいかによる2通りがある．

これらの関係は，後続作業の開始，終了に関し上限があるか否かで２つに大別される．前者は，後続作業の開始あるいは終了が可能な日時が設定されるものの，実際の開始日，終了日はその日時以降いつでもよい．後者は，ある日時までに後続作業を開始あるいは終了しなければならないものである．これらのうち，計算の上で問題があるのは後者である．すなわち，先行する複数の作業があり，これらにある作業が続くとき，複数の作業とのペアの数だけ，後続作業の開始，終了に関する条件が付与される．このとき，後続作業の開始日，終了日の上限を規定する内容は，当該ペアの関係には問題ないが，他のペアと順序関係の上で矛盾をきたす場合があり，そうした際の扱いは簡単でない．そこで，ここでは前者の関係を対象とする．

順序関係で上限が規定されず，また，その判断が確定的である場合と，あいまいである場合について考えれば，結局は表(a)に示す内容が作業間の関係として定義できる．これらそれぞれについて，作業の開始日を変量として定式化すれば表(b)をうる．すなわち，確定的な関係は，表中の1の行に示す不等式で与えられる．また，あいまいな関係は，そのあいまいさをメンバーシップ関数で表現し用いるものである．

２．PERT･FROVモデルとその解析法　工程計画は，作業間の順序関係をそのタイプに応じて表(b)のいずれかとして求められる．その際，あいまいな関係が含まれない場合と，含まれる場合がある．前者は結局のところネットワーク日数$Z=\Sigma S_{ij}$を目的とする単目的問題となる．後者は，Zの他に「$\phi=\lambda$をできるだけ大きくする」という目的が追加され，2目的問題になる．

2目的問題となる場合の最早プランの求め方に2通り考えられる．１つは，Zおよびϕに関して目標を定めた目標計画法の活用である．Zは作業開始日の総和であるが，その値は当初不明であり，またZをできる限り小さくすることが求められることから”0”を目標値とすることも１法である．他方，$\phi=\lambda$は，これをできる限り1に近づけることから，1が目標値である．

このようなZ，ϕの目標を考えるとき，最早プランは，「作業間の関係に関する表の条件式と工事開始条件$S_{1k}=0$(k　N_1^-のすべて)，さらに

$$\sum_{(i,j)\in W} S_{ij}-\eta^{+}=0, \qquad \lambda+\xi^{-}=1.0 \tag{1}$$

およびS_{ij}，η^{+}，ξ^{-}に関する非負条件のもとで

$$\Omega=\omega\xi^{-}+\eta^{+} \quad (\omega：重み) \tag{2}$$

を最小にする」ことである．なお，式中のωは，η^{+}とξ^{-}とのオーダーの違いを考慮したものである．

最遅プランも同様である．ZはBig M等を，ϕは1を目標とすれば，式(1)，(2)に相当する式は

$$\sum_{(i,j)\in W} S_{ij}+\eta^{-}=\mathrm{Big\ M}, \quad \lambda+\xi^{-}=1.0 \tag{3}$$

$$\Psi = \eta^{-} + \omega\xi^{-} \tag{4}$$

結局，「作業間の関係に関する表の条件式と，最早プランの工期にもとづく完了条件$S_{in}=T_n-T_{in}$(i　N_n^-のすべて)，式(3)およびS_{ij}，η^{-}，ξ^{-}の非負条件のもとで，式(4)のΨを最小にする」ことである．

いま１つの方法は，ファジイ線形計画法の活用である．すなわち，Zに関して最大値，最小値を設定し，その間のメンバーシップ関数を定義して，その値をできるだけ大きくするということで妥協を図る方法である．もともと工期は契約時に上限が与えられ，その範囲内で操作できる．また，ネットワーク日数は，工期のとらえ方や設定の仕方により変化する．したがって，Zは妥協の余地がある．この考えから，Zを小さくすることは，その最小値Z_L，最大値Z_Uを適当に設定し

$$1-\frac{Z-Z_L}{Z_U-Z_L}\geqq\lambda \qquad (5)$$

とおいて，Zをできる限りZ_Lに近づけること，したがって，λを極力大きくすることである．よって，最早プランは「先行，後続作業のペアごとに定義される表の関係，ネットワークの開始条件$S_{1k}=0$（$k\in N_1^-$のすべて），および式(5)の条件と非負条件のもとで，$\phi=\lambda$を最大にする」問題になる．

最遅プランの場合も同様であり，ネットワーク時間Zに関して，これをできる限り大きくすることは，

$$1-\frac{Z_U-Z}{Z_U-Z_L}\geqq\lambda \qquad (6)$$

において，Zを極力Z_Uに近づけることである．したがって，「先行，後続作業のペアごとに定義される表の関係，最遅プランの工期による完了条件$S_{in}=T_n-\tau_{in}$（$i\in N_n^-$のすべて），式(6)の条件および非負条件の下で，$\phi=\lambda$を最大にする」問題になる．

こうしたモデルを解析するにあたり，Z_L，Z_Uの設定が問題であるが，Zの各項は正であるから，$Z_L=0$とすることができる．他方，Z_Uは作業日数τ_{ij}による従来PERTの結果の2倍程度の値を用いれば十分である．あるいは，Big Mを用いることも考えられる．

このように，Z_L，Z_Uの設定は適当であるが，その設定の仕方により解，したがってλやT_nの値も異なる．λはあいまいさの度合を意味し，１に近いほど確かな順序関係の設定である．このことから，λの値が大きい程えられた最早および最遅プランは確かなもので，それだけ実現の可能性は高いと解釈できる．あるいは，λが大きくなるとそれに従って工期T_nの値も大きくなる．このため，現実に許される工期の範囲内で最大限のλとなる最早プラン，最遅プランを検討することや，工程計画上の工期と工事契約上の工期との間で調整を図る最早プラン，最遅プランの検討がまた考えられる．

λあるいはT_nの値をコントロールする方法として，次の試行錯誤法が提案できる．すなわち，まずは$Z_L=0$とし，また，Z_Uをτ_{ij}による従来PERTのZの値の2倍程度と仮定し解析する．その結果，λあるいはT_nが，所与の値に比して差異がなければこれを解とする．他方，差異がある場合で，λあるいはT_nを大きくしたい場合は，Z_LまたはZ_Uの一方を大きくしながら解の改善を図る．逆に，λあるいはT_nを小さくしたい場合は，Z_Uを小さくして解を求めることになる．

上述のことを踏まえ，本法による工程計画システムをまとめ提案すれば図のとおりである．(1)ネットワークの作成と順序関係の考察，(2)確定的な順序関係のみで構成されるモデルの解析，(3)あいまいな順序関係をもつモデルの解析，および(4)それらの解にもとづく最早プランと最遅プランの作成ならびに解釈の各サブシステムで構成される．

(a)

先行作業を ＼ 次の作業を				F 1.終了できる． 2.終了するよう計画する	S 1.開始できる． 2.開始できるよう計画する
F	a	終了してから	1	δ_{ij}以降に	δ_{ij}以降に
			2	γ_{ij}～δ_{ij}以降に，できればδ_{ij}以降に	γ_{ij}～δ_{ij}以降に，できればδ_{ij}以降に
	c	終了する日時の	1		θ_{ij}前から
			2		θ_{ij}～ϕ_{ij}前から，できればϕ_{ij}前から後に
S	a	開始してから	1		δ_{ij}以降に
			2		γ_{ij}～δ_{ij}以降に，できればδ_{ij}以降に

ただし，$\delta_{ij}>\gamma_{ij}$，$\theta_{ij}>\phi_{ij}$

(b)

			F	S
F	a	1	$S_{ij}+\tau_{ij}+\delta_{ij}\leqq S_{jk}+\tau_{jk}$	$S_{ij}+\tau_{ij}+\delta_{ij}\leqq S_{jk}$
		2	$1-\frac{S_{ij}+\tau_{ij}+\delta_{ij}-(S_{jk}+\tau_{jk})}{\delta_{ij}-\gamma_{ij}}\geqq\lambda$	$1-\frac{S_{ij}+\tau_{ij}+\delta_{ij}-S_{jk}}{\delta_{ij}-\gamma_{ij}}\geqq\lambda$
	c	1		$S_{ij}+\tau_{ij}-\theta_{ij}\leqq S_{jk}$
		2		$1-\frac{S_{ij}+\tau_{ij}-\phi_{ij}-S_{jk}}{\theta_{ij}-\phi_{ij}}\geqq\lambda$
S	a	1		$S_{ij}+\delta_{ij}\leqq S_{jk}$
		2		$1-\frac{S_{ij}+\delta_{ij}-S_{jk}}{\delta_{ij}-\gamma_{ij}}\geqq\lambda$

ここに，τ_{ij}，S_{ij}=作業(i, j)の作業日数および開始日．

表 作業間の順序関係とその定式化

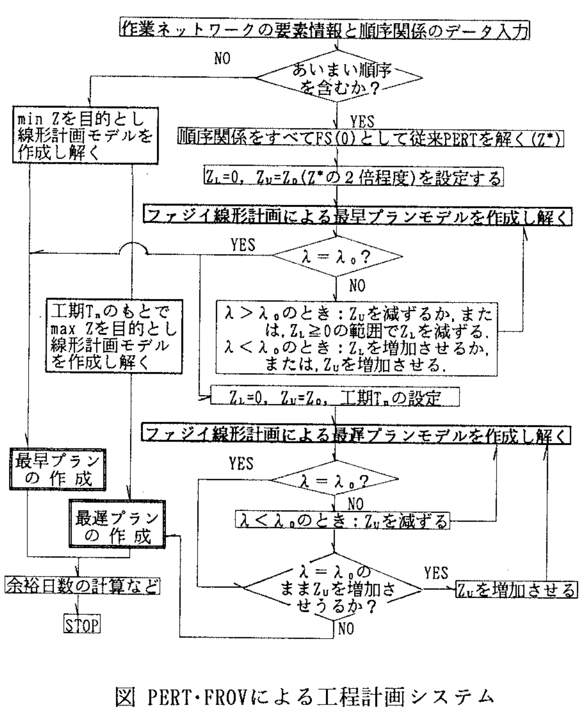

図 PERT･FROVによる工程計画システム