

III-436 脆性材料の亀裂進展とひずみ軟化解析

埼玉大学 学生会員 ○大矢敏雄 石井大介
埼玉大学 正会員 浜島良吉

1 はじめに

地盤工学における応力解析の過程はほとんど連続体の仮定に基づいている。連続体の概念は、土や岩を取り扱う場合には、解析の便宜上導入された数学的な理想化であるということが出来るし、また、実際にも巨視的には連続体として取り扱える場合が多い。しかし、土粒子間の運動や岩盤内のジョイントなどの不連続面における挙動を考えない限り、土や岩盤の挙動は真に理解されないし、また、地盤工学上の種々の現象を説明するのに、連続体の概念だけでは十分でない場合も多い。

有限要素法では、構造物と地盤の境界面、地盤や岩盤中の断層のように部分的に不連続な挙動を示す場所があっても、不連続部に結合要素やジョイント要素を用いることにより解析が可能になる。しかし、コンクリート構造物や地盤、岩盤が荷重を受けて崩壊する場合はすべりや分離が材料中に進展し不連続性を示す部分が逐次変化する。したがって、すべりや分離に伴う自由度の増加、要素の再分割の問題が起こり、解析は非常に困難になる。このために、従来のように要素内ですべりや分離を表現する要素と異なり、要素内の変形と要素境界でのすべりや分離を同時に表現する新しい型の要素が必要である。本報告で用いたハイブリッドストレスモデルはこの特徴を備えたモデルということが出来る。辺中央に節点があるために、どの要素境界でも容易にひび割れの導入が可能であり、すべり破壊や引張破壊の取扱が簡単である。

ところで、要素境界でのすべり破壊や引張破壊を取り扱うためには、その不連続面での材料特性を決定しなければならない。特に、コンクリートや岩、土のような材料においては、崩壊荷重に達した後でひずみの増加によって応力の低下する現象、いわゆるひずみ軟化の特性を示す。ひずみ軟化を生じる材料の解析法の一つとして仮想ひび割れモデルがある。

本報告ではハイブリッドストレスモデルにおいて、引張破壊のひずみ軟化構成則として、この仮想ひび割れモデルを用いた数値解析例を示すものである。

2 ハイブリッドストレスモデル

ハイブリッド型コンプリメンタリエネルギー原理の汎関数は次式で与えられる。

$$\Pi_{CH} = \sum_n \left\{ \iint_{V_n} B(\sigma_{ij}) dx dy - \int_{\partial V_n} u_i T_i dS - \int_{S_n} u_i T_i dS \right\}$$

$B(\sigma_{ij})$: コンプリメンタリエネルギー、 u_i : 変位、 V_n : 要素の体積、 ∂V_n : 要素の境界、 S_n : 力学的境界、 σ_{ij} : 応力、 $T_i = \sigma_{ij} n_j$ 、 n_j : 方向余弦、 T_i : 外力、 Σ : 要素全部の和

さらに引張破壊時の破壊面での条件式を $Lagrange$ の未定乗数を用いて変分原理へ導入する。条件式を

$$d\sigma_n - C_1 dU = 0, \quad d\tau_{ns} - C_2 dV = 0$$

とすると、

$$\Pi_{CH}^* = \Pi_{CH} + \int_{S_{slip}} [\Gamma^a (d\sigma_n - C_1 dU) + \Gamma^b (d\tau_{ns} - C_2 dV)] dS$$

ここで未定乗数 Γ の物理的意味は停留解においてずれである。

このモデルの弾塑性剛性マトリックスは上式で、要素境界積分を座標変換し、応力場として二次式の釣合応力場を仮定し、要素境界変位場は一次式に仮定して導かれる。

以下に、仮定した要素内応力場と要素境界変位場を示す。

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \beta_1 + \beta_4 y + \beta_6 x + \beta_8 y^2 + \beta_{10} x^2 + 2\beta_{11} xy \\ \sigma_y &= \beta_2 + \beta_5 x + \beta_7 y + \beta_9 x^2 + \beta_{10} y^2 + 2\beta_{12} xy \\ \tau_{xy} &= \beta_3 - \beta_6 y - \beta_7 x - 2\beta_{10} xy - \beta_{11} y^2 - \beta_{12} x^2 \\ U &= U_i - \theta_i S \\ V &= V_i - \varepsilon_i S \\ \Gamma &= \Gamma_{vi} - \Gamma_{\varepsilon_i} S \end{aligned}$$

Γ は要素境界でのずれを表している。 U_i 、 V_i 、 θ_i は節点 i の変位であるが、 ε_i は i 点での要素境界に平行な方向のひずみを意味している。なお、 S は局所座標系の原点からの距離である。

3 ひずみ軟化則

土や岩盤材料では、不連続面における力の伝達条件として、ほとんどの解析において、分離に対しては直ちに垂直応力を0とする条件が用いられているが、今回はコンクリート材料において用いられている仮想ひび割れモデルを適用した。これは、ひずみ軟化の主因である破壊領域を幅0の仮想クラックに置き換え、破壊領域の挙動を軟化型の結合力-開口変位関係として与えるもので、一般によく用いられているのは図1に示した二直線モデルである。

表1に今回使用した各値を示す。

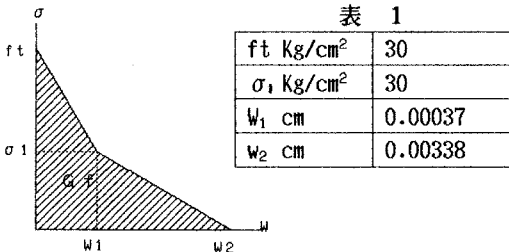


図1 bi-linear曲線

4 数値解析例

ハイブリッドストレスモデルを用いた解析手法をコンクリートの3点曲げ試験体のひずみ軟化解析に応用する。このような試験体の実験および棒要素を用いた有限要素解析は、Refai and Swensonによって行われており、これを本手法でシミュレートした。諸定数は表2及び図2に示す通りである。

wide	76mm	圧縮強度	552kgf/cm ²
deep	203mm	引張強度	30kgf/cm ²
span	762mm	ヤング率	381000kgf/cm ²
a_0/w	0.3	ポアソン比	0.2

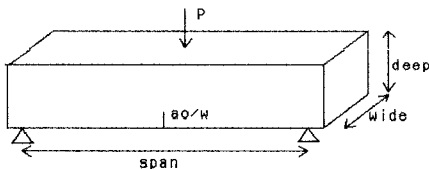


図 2

以下にその結果を示す。図3は荷重-開口変位曲線、図4は荷重-変位曲線を表している。

図には、Refaiらの行ったFEM解析結果（FEM）、実験結果（Experimental）、及び本手法を用いた解析結果（Hybrid Stress Model）を併せて示してある。

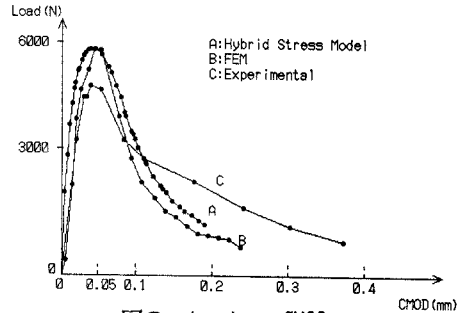


図3 Load vs CMOD

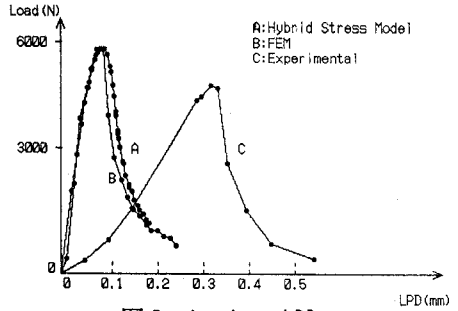


図4 Load vs LPD

5 むすび

本報告では、ハイブリッドストレスモデルにおいて、ひずみ軟化則に仮想ひび割れモデルを仮定したときの解析例を示した。本手法を用いればひび割れが要素境界に発生しても全体剛性マトリックスの大きさが増加することはない。解析結果は、Refaiらの行った解析結果とほぼ一致したが、彼らと同様に実験結果との良い一致は見られなかった。これは構成則を含めた諸定数の決定の問題であると思われる。

6 今後の課題

今回は、コンクリートの引張破壊に対するひずみ軟化構成則の導入を試みたが、今後は、すべり破壊を含めた、地盤に対するひずみ軟化構成則を検討していかなければならない。さらには寸法効果などの検討も必要である。

【参考文献】

- 1) T.M.E. Refai, D.V. Swenson : MODELING OF THE FRACTURE PROCESS IN PRENOTCHED CONCRETE BEAMS TO EXAMINE SIZE EFFECTS, RILEM International Conference on Fracture of Concrete and Rock Houston, Texas, June 1987, pp487-495