

III-435 要素の変形を考慮した不連続体解析

○埼玉大学 学生員 羽生 剛
埼玉大学 正 員 浜島良吉

1. まえがき

近年、高温岩体地熱発電や原子力発電から出される高レベル廃棄物の地層処分、さらには、ジオフロント計画など、地下深部への関心が急激に高まっている。そのため、地殻構造の解析、特に不連続性岩盤の解析が大変重要になってきた。一般に変形を表現する場合には、「要素内変形」と「要素間変形」の2つを考えなければならない。ところが、有限要素法(FEM)や剛体パネモデル(RBSM)ではそれぞれその一方しか考慮されていないため、その適用範囲に制限がある。そこで、本研究では地殻構造解析の一端として要素変形をも考慮した不連続体解析を試みた。

2. 解析方法

ここではまず、2次元場を考えることにする。通常のFEM同様、要素内変位を x, y の1次関数として、式(1)のように仮定する。

$$\begin{cases} u = a_1 x + b_1 y + c_1 \\ v = a_2 x + b_2 y + c_2 \end{cases} \quad (1)$$

FEMと異なる点は図. 1に示すように要素重心に格点を設けていることである。ここで、式(1)に含まれる6個の未知定数は重心点の変位(u_0, v_0, θ_0)と要素内のひずみ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \Gamma_{xy}$)で表わすことが出来、これより要素内変位を次のように表わすことが出来る。

$$\begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(Y-Y_0) & (X-X_0) & 0 & (Y-Y_0) \\ 0 & 1 & (X-X_0) & 0 & (Y-Y_0) & -(X-X_0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \theta_0 \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \Gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

これを図. 2で示すような2要素間で考え、力のつりあいから仮想仕事の原理より最終的には式(3)で表わされる連立方程式を得る。

$$[K_{uu}] \{u\} + [K_{u\varepsilon}] \{\varepsilon\} = \{F_u\} \quad (3)$$

$$[K_{\varepsilon u}] \{u\} + [K_{\varepsilon\varepsilon}] \{\varepsilon\} = \{F_\varepsilon\}$$

$$\{u\}^T = \{u_1 \quad v_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad \theta_2\}$$

$$\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_{x1} \quad \varepsilon_{y1} \quad \Gamma_{xy1} \quad \varepsilon_{x2} \quad \varepsilon_{y2} \quad \Gamma_{xy2}\}$$

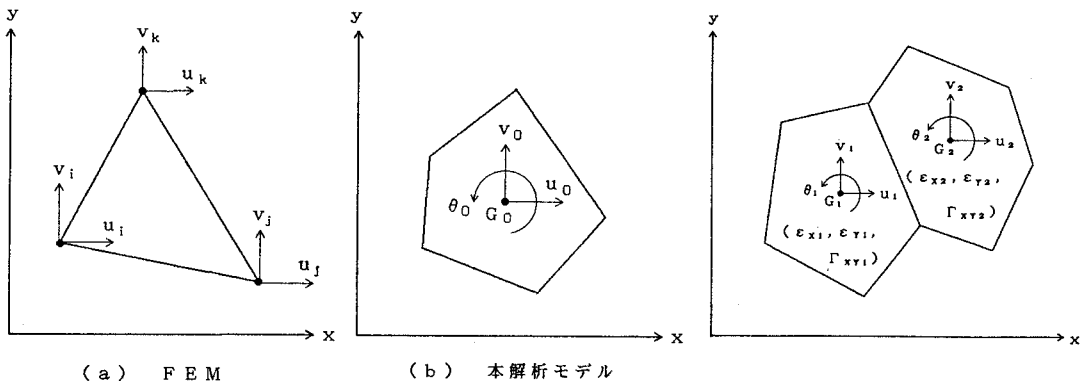


図. 1 自由度設定場所の比較

図. 2 2要素間の剛体変位とひずみ

式(3)で与えられる方程式は次のように考えることが出来る。

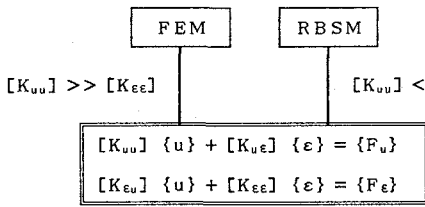


図. 3 本解析モデルとFEM及びRB SMとの関係

(a) $K_{uu} \gg K_{ee}$ の場合 : これは、要素間の剛性が要素内の剛性より極端に大きい場合を意味しており、物理的には外荷重の作用を受けて要素が変形し、要素間のバネはほとんど変形せず、ただ力だけを伝達する場合を意味する。従って、極限を考えればFEMに帰着する。

(b) $K_{uu} < K_{ee}$ の場合 : これは、(a)と全く逆の場合で、外荷重を受けても要素はほとんど変形せず、ただ力のみを伝達し、要素間のバネだけが変形する場合を意味する。従って、極限を考えればRB SMに帰着する。

このように、本解析はFEMとRB SMの特徴を併せもった解析と言える。しかしこれを解く場合式(3)はFEMやRB SMの基礎方程式に比べてマトリックスの大きさがかなり大きくなってしまふ欠点を有し、このまま解くのは得策とは言えない。そこで、本解析では次のような反復解法を試みた。

すなわち、式(3)の第1式より第1近似として式(4)を考える

$$[K_{uu}]\{u\} = \{F_u\} \quad (\text{RB SM方程式}) \quad (4)$$

これより、要素重心の変位の第1近似解 $\{u^{(1)}\}$ が求まる。

次に、これを式(3)の第2式に代入して式(5)を得る。

$$[K_{ee}]\{\epsilon^{(1)}\} = \{F_e\} - [K_{eu}]\{u^{(1)}\} \quad (5)$$

これより要素内のひずみの第1近似解 $\{\epsilon^{(1)}\}$ が求まる。

さらに、これを式(3)の第1式に代入し第2近似解を求めると言う反復計算を行い、解が許容誤差範囲内に入れば計算を止めると言う解法を試みた。

3. 解析結果

ここで、第1近似のRB SMの解析例を示す。

図. 4は、円盤を上下から押した場合の解析結果である。クラックの入り方やそれぞれのバネに掛かっている応力などは荷重増分に伴い、図のように進展していく。しかし、この解析結果はまだ第1近似の範囲であるため、誤差を含んでいる。これを上述のように展開することによって、より現実に近い解析が行える。

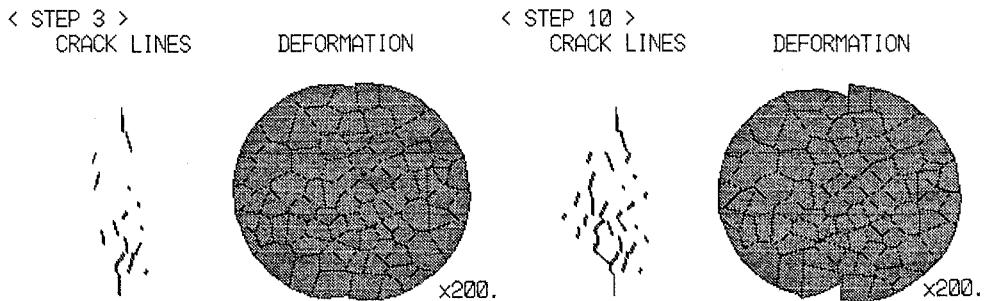


図. 4 解析結果

4. まとめ

本解析はRB SMを拡張したものであり、多角形メッシュの適用が可能である。また、熱・応力・流体等の連成解析も可能と考えられる。また、大変形や時間効果を取り込めばしゅう曲等の地殻構造解析も可能であると思われる。今後こうした方向でさらに研究を進めてゆくつもりである。