

III-433 粘着力を考慮した個別要素法の開発

近畿大学理工学部 正会員 久武 勝保
(株)地崎工業 正会員 ○村上 敏夫

1. はじめに

本論は、二次元円形要素間に粘着力が働く場合の個別要素法を提案するものである。この手法の利点は、要素の衝突時における結合を表現できること、さらに複数の要素を連結させることにより任意の構造体をつくりだせることなどである。

本手法において、接触により生じる力を要素間に仮定した平面上での分布力として求める点が大きな特徴であり、粘着力は、この分布力において引張力の限界を与えるものとして定義される。

この手法を用い、単純桁を模した簡単なモデルで要素間に粘着力が働く場合の効果を確認した。

2. 手法の概要

1) 相対変位増分と接触時の相対変位

図-1に示す様に要素i、要素jの中心を結ぶ軸をn軸とする。時刻tおよび時刻t-Δtでの要素の中心座標および回転から、時間Δtでのn軸に対する要素の相対的な回転増分(反時計回りを正)、すなわち時間Δtでの要素の回転増分からn軸とX軸がなす角度の増分(反時計回りを正)を差し引いた量 $\Delta\theta_i$ 、 $\Delta\theta_j$ が容易に計算できる。また、中心間距離の増分(接近を正)を $\Delta\delta$ とし、これら三つの増分を相対変位増分と呼ぶことにする。要素中心間距離がはじめて両要素の半径の和より小さくなる場合を接触開始時刻とする。この時刻より現在までの相対変位増分の総和を接触時の相対変位と定義し、 $\delta_{ij}(t)$ 、 $\theta_i(t)$ 、 $\theta_j(t)$ で表わす。

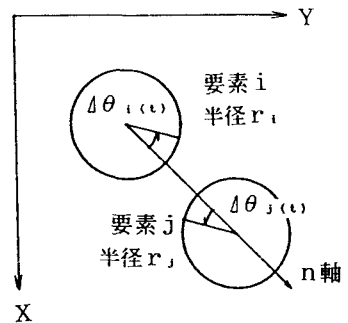


図-1 相対変位増分

2) 接触面上の分布力

接触面を図-2に示すn軸に直交する平面と仮定し、その位置を次式の $r'_i(t)$ 、 $r'_j(t)$ で与える。 r_i 、 r_j は要素i、要素jのそれぞれの半径である。

$$\begin{aligned} r'_i(t) &= r_i - \delta_{ij}(t) \cdot \{r_j / (r_i + r_j)\} \\ r'_j(t) &= r_j - \delta_{ij}(t) \cdot \{r_i / (r_i + r_j)\} \end{aligned} \quad (1)$$

この接触面上に、弾性ばねと粘性ダッシュボットの並列結合からなる法線方向の力学モデルと接線方向の力学モデルを一様に分布させる。

この力学モデルに変位を与えることにより分布力を算出する。法線方向変位分布を $u_n(t, x)$ 、接線方向変位分布を $u_s(t, x)$ とすれば法線方向分布力 $f_n(t, x)$ (要素iを押す場合を正)および接線方向分布力 $f_s(t, x)$ (要素iを反時計回りに回転さす場合を正)は次式で表わされる。

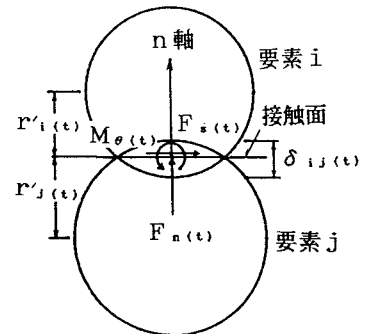


図-2 接触面と要素間伝達力

$$\begin{aligned} f_n(t, x) &= k_n \cdot u_n(t, x) + \eta_n \cdot (u_n(t, x) - u_n(t - \Delta t, x)) / \Delta t \\ f_s(t, x) &= k_s \cdot u_s(t, x) + \eta_s \cdot (u_s(t, x) - u_s(t - \Delta t, x)) / \Delta t \end{aligned} \quad (2)$$

ここで k_n 、 k_s および η_n 、 η_s はそれぞれ単位面積あたりの法線方向、接線方向のばね定数と粘性係数である。粘性係数は計算ステップ毎に逐次計算する。接線方向分布力 $f_s(t, x)$ は、摩擦(摩擦係数 μ)と粘着(粘着力 c)を考慮し式(3)に示す値を越えないものとする。

$$\begin{aligned} f_n(t, x) > 0 \text{ の場合 (圧縮力が働く場合)} \quad |f_s(t, x)| \leq |c| + \mu f_n(t, x) \\ f_n(t, x) \leq 0 \text{ の場合 (引張力が働く場合)} \quad |f_s(t, x)| \leq |c| \end{aligned} \quad (3)$$

式(2)の $u_n(t, x)$, $u_s(t, x)$ は接触時の相対変位 $\delta_{ij}(t)$, $\theta_i(t)$, $\theta_j(t)$ を用いて表わされる。法線方向変位分布は、要素の接近による変位分布 $u_n^s(t, x)$ (図-3参照)と要素 i 、要素 j の回転による変位分布 $u_n^{\theta i}(t, x)$ 、 $u_n^{\theta j}(t, x)$ (図-4参照)からなるものとして、式(4)で計算する。

$$\begin{aligned} u_n(t, x) &= u_n^s(t, x) + u_n^{\theta i}(t, x) + u_n^{\theta j}(t, x) \\ \text{ここで} \quad u_n^s(t, x) &= -\frac{1}{2} \frac{r_i + r_j}{r_i \cdot r_j} x^2 + \delta_{ij}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} u_n^{\theta i}(t, x) &= -\sin \theta_i(t) \cdot x - r_i'(t) (1 - \cos \theta_i(t)) \\ u_n^{\theta j}(t, x) &= +\sin \theta_j(t) \cdot x - r_j'(t) (1 - \cos \theta_j(t)) \end{aligned}$$

接線方向変位は要素の回転による変位分布 $u_s^{\theta i}(t, x)$, $u_s^{\theta j}(t, x)$ からなり次式で表わす。

$$\begin{aligned} u_s(t, x) &= u_s^{\theta i}(t, x) + u_s^{\theta j}(t, x) \\ \text{ここで} \quad u_s^{\theta i}(t, x) &= (1 - \cos \theta_i(t)) \cdot x - r_i'(t) \cdot \sin \theta_i(t) \\ u_s^{\theta j}(t, x) &= -(1 - \cos \theta_j(t)) \cdot x - r_j'(t) \cdot \sin \theta_j(t) \end{aligned} \quad (5)$$

粘性係数 η_n , η_s については時刻 $t - \Delta t$ における接触領域の幅を b^* とすれば、これらは次式で決定される。式中の m は要素の平均質量、 ξ_n , ξ_s は法線および接線方向の減衰の程度を与える定数である。

$$\begin{aligned} \eta_n &= \xi_n \cdot 2 \sqrt{m k_n / b^*} \\ \eta_s &= \xi_s \cdot 2 \sqrt{m k_s / b^*} \end{aligned}$$

3) 接触領域の決定と要素間伝達力

まず、以下の三つの領域を定義する。なお、式中の c は引張力の限界を与える負の定数である。

- 領域I: $f_n(t, x) \geq 0$ を満足する領域
- 領域II: $f_n(t, x) \geq c$ を満足する領域
- 領域III: 時刻 $t - \Delta t$ における接触領域

時刻 t における接触領域は次にしめす関係式によって決定する。

$$\text{接触領域} \equiv \{ (\text{領域I}) \cup (\text{領域III}) \} \cap (\text{領域II}) \quad (6)$$

接触領域が求まれば、要素間伝達力(要素 j が要素 i におよぼす力図-2参照)法線方向力 $F_n(t)$ 、接線方向力 $F_s(t)$ および回転モーメント $M_\theta(t)$ は、式(2)、式(3)で与えられる分布力を、この接触領域において積分することにより算出される。

$$\begin{aligned} F_n(t) &= \int f_n(t, x) dx \\ F_s(t) &= \int f_s(t, x) dx \\ M_\theta(t) &= \int f_n(t, x) \cdot x dx \end{aligned} \quad (7)$$

時刻 t での要素間伝達力から、線形加速度法などの数値計算手法を用いて、さらに Δt 時間後の要素の位置および回転が計算される。

3. おわりに

図-5は単純桁を模した解析結果を示すものである。桁の変形や破壊により左右に分離する状況が良く再現されており、この粘着力を考慮した個別要素法の特徴が確認できた。今後は、より実際的な問題に本手法を適用するつもりである。

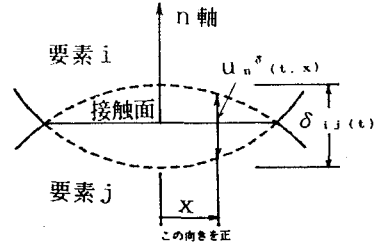


図-3 要素の接近による法線方向変位分布

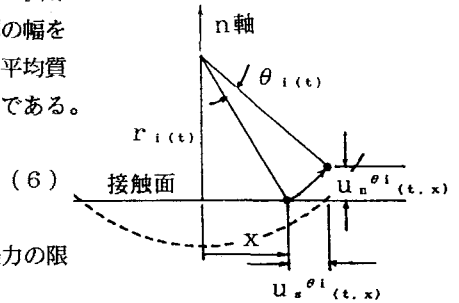
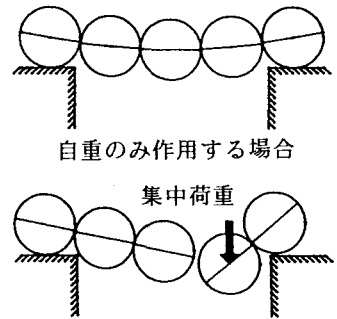


図-4 要素iの回転による法線方向変位分布および接線方向変位分布



さらに集中荷重が作用する場合

図-5 単純桁を模した解析結果