

III-243

岩盤構造物の大変形弾塑性解析と変形局所化に関する基礎的研究

大成建設(株)	正員	須網功二
豊田高専	正員	伊東 孝
名古屋大学	正員	市川康明
同 上	正員	川本眺万

1. はじめに 本研究では、地盤材料のような圧縮力依存の破壊を示す材料の弾塑性挙動を表現するために、市川¹⁾の提案している多重応答理論に Lode 角成分を付加して地盤材料の構成則として採用し、さらに Hill²⁾の有限ひずみ理論を導入して分岐条件を求める。ここで、せん断帯発生条件としては、特異面上の幾何学的適応条件を用いている。つぎに、有限要素法によって大変形弾塑性解析を行い、有限変形場でのひずみ局所の条件式をこの結果に適用してせん断帯発生機構を探る。

2. Lode 角成分を含む多重応答理論 偏差応力 $\bar{\sigma}$ と Lode 角 σ_θ の関数として、関数 $\sigma'_0 = \sigma'_0 = \sigma'_0(\sigma', \sigma_\theta)$ のようになると偏差応力および体積応力と塑性ひずみの応答関数は次のように書くことができる。

$$\sigma'_0 = \frac{\sigma'}{\Theta(\sigma_\theta)} = \hat{\Phi}^p(\varepsilon^p, \bar{\varepsilon}^p), \quad \bar{\sigma} = \hat{\Psi}^p(\bar{\varepsilon}^p, \varepsilon^p). \quad (1)$$

ただし、 $\bar{\varepsilon}^p$ 、 ε^p は偏差塑性ひずみ、体積塑性ひずみである。

ここで、応力の時間微分 $\dot{\sigma}$ を Cauchy 応力の Jaumann 速度 $\dot{\sigma}$ に、塑性ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}^p$ を塑性変形速度 d^p に置き換えることにより、有限変形の場合に一般化されるとする弾塑性テンソル L を求めるために Hill²⁾によって提案された理論を導入すると、次の弾塑性構成則を得る。

$$\sigma = L d \quad (2)$$

$$L = D^e - \eta \left\{ D^e \left(\frac{1}{3h_s} m + \frac{\beta}{3h_v} n \right) \otimes \{ D^{e*} (B_{11}m + B_{12}n + B_{13}k) \} \right. \\ \left. - \{ D^e \left(\frac{\mu}{3h_s} m + \frac{3h_v}{3h_s} n \right) \} \otimes \{ D^{e*} (B_{21}m + B_{22}n + B_{23}k) \} \right. \\ \left. - \{ \xi \left(D^e \left(\frac{3h_s}{3h_s} m + \frac{3h_v}{3h_v} n \right) \right) \} \otimes \{ D^{e*} (B_{31}m + B_{32}n + B_{33}k) \} \right\}$$

ただし、 m, n, k は、偏差応力方向、体積応力方向、 σ_θ 方向の単位テンソル、 h_s 、 h_v は、せん断成分、体積成分の硬化パラメータ、 μ 、 β は内部摩擦角、ダイレクシーパラメータ、 D^{e*} は D^e の随伴テンソルである。

3. 多重応答理論における局所化 Rudnicki and Rice³⁾と

同様の方法で、多重応答理論を適用した場合の極限状態におけるせん断帯の方向とせん断成分の硬化係数 h_s を求める。まず、分岐条件は $\det(L_{2j2}) = 0$ と表され、

また、式(2)より

$$\frac{3h_s}{G} = \frac{1}{2GK \left\{ \sqrt{3}\beta\eta m_{22} + \beta\xi(m_{33} - m_{11}) - 2 \right\} - (4G + 3K)h_v} \\ \left[12G\eta \left\{ K(\beta\mu - 1) - h_v \right\} m_{22}^2 - 6\sqrt{3}\mu K h_v m_{22} + 2\eta \left\{ 8KG \right. \right. \\ \left. \left. (\beta\mu - 1) + (4G + 3K)h_v \right\} (m_{12}^2 + m_{23}^2) + (4\sqrt{3}G\xi \left\{ K \right. \right. \right. \\ \left. \left. (\beta\mu - 1) - h_v \right\} m_{22}(m_{33} - m_{11})) \right]$$

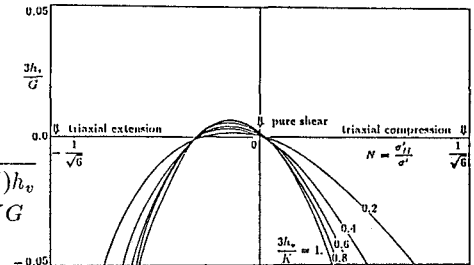


Fig.3 : Variation of the critical $3h_s/G$ with N for the multi-response model including Lode angle σ_θ under various $3h_v/K$.

となる。この式より、極限状態の $3h_s/G$ を $N = \sigma'_{II}/\sigma'$ ($\sigma'_I > \sigma'_{II} > \sigma'_{III}$: 偏差主応力) に対して、 $3h_v/K$ を変化させて求めたものを Fig. 3 に示す。ここで、大谷石のデータより、材料定数を以下のものとした。グラフより、1). 微小ひずみ解析では、せん断帯は h_s が負の状態つまり軟化の領域で発生すると言われているが、大変形解析では、 h_s が正の状態つまり硬化の領域でも発生することがわかる。2). h_v が大きくなるほど、硬化の領域でせん断帯が起こりやすくなる。ということが考察できる。

4 大変形弾塑性解析 Guidotti-Lucchessi の方法⁴⁾に基づき、前章で導いた有限変形場における弾塑性構成則を用いて、有限要素法による大変形弾塑性解析を行う。いま

(つり合い式) : $\text{div} \sigma(x, t) + b(x, t) = 0$, (構成式) : $\sigma = L d$,

(境界条件) : $u(x, t) = \bar{u}(x, t)$ on S_u (変位境界), $\sigma(x, t) = f_s(x, t) m(x)$ on S_t (応力境界)

とする。つり合い式を弱形式化し、それに Galerkin 有限要素近似を導入すると

$$[K_i]\{\dot{a}\} - \{\dot{f}\} = 0 \quad (4)$$

$$[K_i] = \sum_{i=1}^5 [K_i], \quad [T_1] = \begin{bmatrix} T_{11} & 0 & T_{12} & 0 \\ 0 & T_{11} & 0 & T_{12} \\ T_{12} & 0 & T_{22} & 0 \\ 0 & T_{12} & 0 & T_{22} \end{bmatrix}, \quad [T_2] = \begin{bmatrix} T_{11} & 0 & \frac{1}{2}T_{12} \\ 0 & T_{22} & \frac{1}{2}T_{12} \\ \frac{1}{2}T_{12} & \frac{1}{2}T_{12} & \frac{1}{4}(T_{11} + T_{22}) \end{bmatrix}$$

$$[G_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_1} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_2} \end{bmatrix}, \quad [B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x_2} & \frac{\partial N_i}{\partial x_1} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} u &= [N]\{a\} \\ \dot{u} &= [N]\{\dot{a}\} \\ v &= [N]\{c\} \end{aligned}$$

[N] : 形状関数マトリックス

$$[K_1] = \int_R [B]^T [L][B] \det J \, d\xi \, d\eta, \quad [K_2] = \int_R [G]^T [T_1][G] \det J \, d\xi \, d\eta$$

$$[K_3] = - \int_R 2[B]^T [T_2][B] \det J \, d\xi \, d\eta$$

$$[K_5] = \int_{\partial R} ([N]^T \{f_s\}) \otimes ([G]^T \{m\}) \sqrt{J^{-T} n \cdot J^{-T} n} \det J \, dI_R$$

本研究では平面ひずみ条件のもとで多孔質凝灰岩（大谷石）の構成則を用いて幅 40m の剛体押し込み問題の大変形弾塑性解析をした。解析モデル、材料定数、解析結果（変位図、応力図）を Fig. 4.1、Table 4-1、Fig. 4.2(a)、Fig. 4.2(b) に示す。

Table 4-1 : Material constant

E	$2.2 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$	b_2	4.144MPa
ν	0.25	b_3	36.396MPa
σ'_0	7400MPa	ω_1	0.0002
$\bar{\sigma}_0$	-5.344MPa	ω_2	0.0002
α_1	-0.585MPa	τ_1	0.001
α_2	15.244MPa	τ_2	0.001
α_3	-10.547MPa	K	7540kgf/cm ²
b_1	-45.639MPa	G	6470kgf/cm ²

Fig. 4.2(a) 解析結果（変位図）

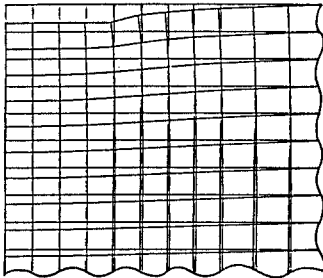


Fig. 4.1 解析モデル

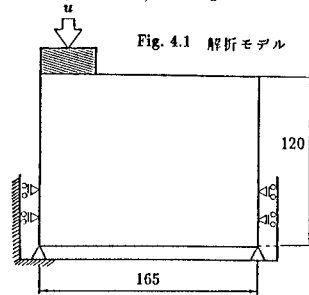
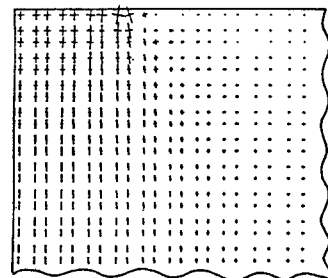


Fig. 4.2(b) 解析結果（応力図）



5 結論 1).Hill の有限ひずみ理論を導入して分岐条件を求め、極限状態におけるせん断帯の方向およびせん断成分の硬化係数との関係を明らかにすることができた。 2). 多重応答理論による大変形弾塑性解析のプログラムを作成した。 3). 解析では Updated Lagrange 法を用いたが、埋め込み座標ではなく直角直交座標系を用い、各ステップの stretching と spin を正しく評価した。

参考文献 1)Y.Ichikawa,T.Ito and Z.Mroz, A Strain Localization Condition Appying Multi-Response Theory Ingenieur-Archiv (to be appeared) 2)Hill, R., A General Theory of Uniqueness and Stability in Elastic-Plastic Solids, J. Mech. Phys. Solids, 6, 229-241, 1958 3)Rudnicki, J.W., and Rice, J.R., Condition for the Localization of Deformation in Pressure-Sensitive Dilatant Materials, J. Mech. Phys. Solids, 23, 371-394, 1975 4)Paolo Guidotti, Massimiliano Iucchesi, A Numerical Method For Solving Boundary-Value Problems in Finite Plasticity, MECCANICA, 23(1988), 43-54