

III-139

要素分割法による潜熱を考慮した地盤の熱伝導解析について

フジタ工業(株)技術研究所 正員 ○姚 義久
同上 正員 門田俊一

1. まえがき

最近の地盤凍結工法の需要拡大に伴い、関連する構造物を合理的に設計・施工するためには、周辺地盤における低温時温度分布特性を正確に把握する必要がある。従来、地盤の熱伝導解析では、Neumann の解や差分法、有限要素法が多用されている。一方、稲田ら¹⁾は、要素分割法を用いた空洞周辺岩盤の温度分布の解析法を提案している。本研究は、潜熱を考慮した要素分割法を用いて地盤の低温状態における熱伝導解析を行なう方法、及び、その精度について論ずる。

2. 要素分割法による熱伝導基本式

図-1 に示すような最も簡単な一次元2相Neumann 問題（詳細については、例えばJumikis²⁾を参照）を考え、伝熱方向に等間隔 dx で、紙面に垂直方向の断面積を 1×1 という要素を分割する。メッシュ点 $i-1$ 、 i 、 $i+1$ における熱伝導率および熱拡散率をそれぞれ k_{i-1} 、 k_i 、 k_{i+1} および α_{i-1} 、 α_i 、 α_{i+1} とおき、これらは各メッシュ点が未凍結領域にあるか、または凍結領域にあるかによって異なる値を用いる。

$(i-1) \sim i$ 、 $i \sim (i+1)$ それぞれの間の合成熱伝導率は次式により計算できる。

$$k_{E1} = \frac{2 k_i k_{i-1}}{k_i + k_{i-1}}, \quad k_{E2} = \frac{2 k_i k_{i+1}}{k_i + k_{i+1}} \quad (1)$$

任意の時刻 n におけるメッシュ点 i の温度を $U_{i,n}$ とし、時間 Δt 内に i に $i+1$ 側から入る熱量 $Q_{i, in}$ は、式 (2) となる。

$$Q_{i, in} = k_{E2} \frac{U_{i+1, n} - U_{i, n}}{dx} \times \Delta t \quad (2)$$

また、時間 Δt 内に、 i から $i-1$ 側に出る熱量 $Q_{i, out}$ は式 (3) となる。

$$Q_{i, out} = k_{E1} \frac{U_{i, n} - U_{i-1, n}}{dx} \times \Delta t \quad (3)$$

よって i に消耗される熱量 ΔQ_i は次式に示される。

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q_i &= Q_{i, out} - Q_{i, in} = \frac{\Delta t}{dx} \left[k_{E1} (U_{i, n} - U_{i-1, n}) - k_{E2} (U_{i+1, n} - U_{i, n}) \right] \\ \Delta Q_i &= -\frac{\Delta t}{dx} \left[k_{E1} U_{i-1, n} - (k_{E1} + k_{E2}) U_{i, n} + k_{E2} U_{i+1, n} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

この ΔQ_i は i 内の温度低下に費やされるから、熱バラン式を作ると次式となる。

$$\Delta Q_i = c_i \rho_i (dx \cdot 1 \cdot 1) (U_{i, n} - U_{i, n+1}) \quad (5)$$

ここに、 c_i 、 ρ_i はそれぞれメッシュ点 i における比熱および密度であり、 $U_{i, n+1}$ は Δt 時間後における

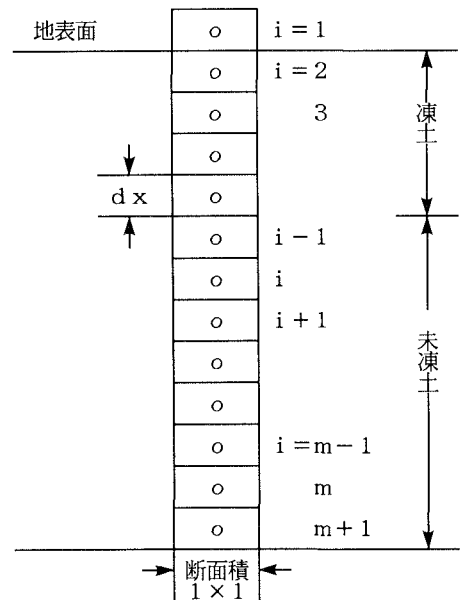


図-1 凍土と未凍土におけるメッシュ点の配置図

る i の温度である。式 (5) を書き直すと、 $U_{i, n+1}$ は次式から求められる。

$$U_{i, n+1} = U_{i, n} - \frac{\Delta Q_i}{c_i \rho_i dx} = U_{i, n} - \frac{\Delta Q_i \alpha_i}{k_i dx} \quad (6)$$

次にメッシュ部の容積 ($dx \cdot 1 \cdot 1$) の土の凍結潜熱を L_x とすると、 L_x は次式で与えられる。

$$L_x = 79.5w \rho_d (dx \cdot 1 \cdot 1) \quad (7)$$

ここに、 w 、 ρ_d はそれぞれ土の含水比、乾燥密度を表す。

したがって、 Δt 時間毎に ΔQ_i を積算していき、これが L_x に達した時点において凍結を完了するものと考えることができる。今、土の凍結温度を $U_f = 0^\circ\text{C}$ とおくと、 $U_{i, n} > U_f$ のときには未凍結領域の温度計算式を用い、 $U_{i, n} < U_f$ のときには凍結領域の温度計算式を用いる。これらは次のような判定式を加えれば式 (6) より計算できる。つまり、 $U_{i, n}$ が U_f なる温度を通過するときには Δt 時間毎に流出熱量 ΔQ_i を積算していき、この期間は $U_{i, n} = U_f$ に保たれるとする。 ΔQ_i の積算値が L_x 以上になった時点で凍結を終了するものとする。即ち、

$$L_{xi} = \sum_{\Delta t} [\Delta Q_i] \geq L_x \quad (8)$$

なる判定式を用いる。

なお、計算時間間隔 Δt は次式で与えられる。

$$\Delta t < \frac{(dx)^2 (k_i/\alpha_i)_{\min}}{2 k_{\max}} \quad (9)$$

3. 温度分布の計算結果および考察

ここでは、図-1 に示すような地盤を解析モデルとし、同一問題を Neumann の理論解と要素分割法で比較解析することにより、要素分割法の精度について検討を加える。境界条件は地表面で $U_1 = -113^\circ\text{C}$ 、初期条件は、全領域一様に $U_2 = U_3 = \dots = U_{m+1} = 15^\circ\text{C}$ とした。計算に用いた物性値および熱的性質は次のとおりである。

土の含水比 $w = 50.53\%$ 、乾燥密度 $\rho_d = 1.128 \text{ g/cm}^3$

凍結前の土の熱伝導率 $k_u = 0.00355 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$

凍結前の土の熱拡散率 $\alpha_u = 0.00433 \text{ cm}^2/\text{sec}$

凍結後の土の熱伝導率 $k_f = 0.00651 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ 、凍結後の土の熱拡散率 $\alpha_f = 0.01219 \text{ cm}^2/\text{sec}$

いま、 $dx = 5 \text{ cm}$ とし、 $k_{\max} = 0.00651$ 、 $(k_i/\alpha_i)_{\min} = 0.534$ であるため、式 (9) より、 $\Delta t < 1025 \text{ sec}$ を得る。この値を考慮して、 $\Delta t = 360 \text{ sec}$ を用いて計算した要素分割法による結果と、Neumann の解によって得た結果との比較を表-1 に示したが、その差は 1°C 以内であり、非常によく一致していることが分かる。

4. まとめ

要素分割法を用いて潜熱を考慮した地盤の熱伝導解析を行い、Neumann の解と比較した。その結果、両者はよく一致していることから、本手法の精度が良好であることが示された。

参考文献

- 1) 稲田善紀・重信純：液化天然ガスを地下岩盤内空洞に貯蔵した場合の空洞周辺の温度分布，日本鉱業会誌，99, 1141, pp. 179~185, 1983.
- 2) Jumikis, A.R.: Thermal soil mechanics, Rutgers University Press, New Brunswick, pp. 236~246, 1966.

表-1 温度分布の比較 ($t = 1 \text{ day}$)

地表面からの 距離, cm	温 度, $^\circ\text{C}$	
	Neumann の解	要素分割法
0	-113	-113
5	-97.09	-97.09
10	-81.37	-81.30
15	-66.02	-65.76
20	-51.21	-50.67
25	-37.08	-36.42
30	-23.76	-23.64
35	-11.36	-12.84
40	0.05	0
45	4.58	5.28
50	7.96	8.68
55	10.38	10.83
60	12.05	12.29
65	13.18	13.28
70	13.91	13.92
75	14.36	14.32
80	14.64	14.55
85	14.80	14.69
90	14.90	14.76