

III-112

不均一粘土地盤の圧密変形特性

東京電機大学 正員 ○山口 柏樹
東京電機大学 正員 齊藤 邦夫
東京電機大学 正員 小林 利雄

1. はじめに

地盤は種々の理由により、深さ毎に圧密特性の異なる不均一地盤を形成する(図-1)。本文では k 、 m_v が深さに対して指数的に変化するが、 c_v は一定である場合の圧密解析を行った結果、及び二つの圧密リング中に異なる粘土をセットして直結した二層粘土地盤の圧密実験結果をGrayの解と比べた結果を述べる。

2. 不均一地盤の圧密方程式(図-2、参照)

$$\text{連続の式: } \partial \varepsilon / \partial t = \partial v / \partial z \quad (2.1)$$

$$\text{Darcy 則: } v = -(k / \gamma_w) \partial u / \partial z \quad (2.2)$$

$$\text{力の釣合式: } \partial \sigma' / \partial z = i \gamma_w \quad (2.3)$$

$$\text{フック式: } \varepsilon(z, t) = m_v(z) \sigma'(z, t) \quad (2.4)$$

式(2.2)で $v = k i$ と置き換え、式(2.3)を考慮すれば、

$$\partial \sigma' / \partial z = \partial u / \partial z \quad (2.5)$$

$$\therefore \sigma' + u = p(t) \quad (2.6)$$

ここに $p(t)$ は載荷された鉛直外圧力である。

式(2.4)、(2.1)、(2.2)、(2.6)の順に式を組み合わせれば $p(t) = P_0$ 一定の場合、

$$m_v \partial \sigma' / \partial t = \partial \varepsilon / \partial t = \partial v / \partial z = (-1 / \gamma_w) \partial / \partial z (k \partial u / \partial z) = -m_v \partial u / \partial t \quad (2.7)$$

$$\therefore \partial u / \partial t = (1 / \gamma_w m_v) \partial / \partial z (k \partial u / \partial z) \quad (2.8)$$

が得られる。これは不均一地盤の圧密方程式を u で記したものである。一方、式(2.7)で ε を従属変数にとると、式(2.5)、(2.4)より、

$$\begin{aligned} \partial \varepsilon / \partial t &= (1 / \gamma_w) \partial / \partial z (k \partial \sigma' / \partial z) = (1 / \gamma_w) \partial / \partial z \\ &\cdot \{ k \partial / \partial z (\varepsilon / m_v) \} = - (1 / \gamma_w) \partial / \partial z \{ (k / m_v) \\ &\cdot \partial \varepsilon / \partial z - (k \varepsilon / m_v^2) d m_v / d z \} \end{aligned} \quad (2.9)$$

となる。すなわち、 $k = k(z)$ 、 $m_v = m_v(z)$ の場合には、不均一地盤では式(2.9)を基礎方程式としなければならない。それは、

$$d \varepsilon(z, t) = m_v(z) d \sigma'(z, t) \quad (2.10)$$

$$\partial \varepsilon / \partial z = m_v(z) \partial \sigma' / \partial z \quad (2.11)$$

と変形出来ないことに因る。式(2.10)は、そもそもある深さ z から採取したサンプルについて σ' を変えた時のひずみ変化を記述するものであって、一定の z について成り立つ関係式である。したがって式(2.10)を $d z$ で割って z の変化に対する関係式・式(2.11)を導くのは誤りである。 $m_v = m_{v0}$ 一定であれば式(2.11)が正しいが、それは式(2.4)を直接 z で微分した関係に他ならない。

3. 不均一地盤の解析解の例

$$k(z) = k_0 \exp(\beta z), \quad m_v(z) = m_{v0} \exp(\alpha z) \quad (3.1)$$

として、正負の α 、 β を考えると不均一地盤が近似的にモデル化出来る(図-1参照)。厚さ H の粘土層を考え、次の無次元パラメーターを導入する。

$$x = z / H, \quad T = k_0 t / \gamma_w m_{v0} H^2, \quad a = \alpha H, \quad b = \beta H \quad (3.2)$$

式(3.1)、(3.2)に対して式(2.8)は、

$$\partial u / \partial T = \exp \{ (b-a)x \} \cdot \{ \partial^2 u / \partial x^2 + b \partial u / \partial x \} \quad (3.3)$$

k 、 m_v が深さに対して変化しても c_v が一定とみられるケースは多い(図-1参照)。そこで式(3.1)で $\beta = \alpha$ ($b = a$)の場合を考えると式(3.3)は、

$$\partial u / \partial T = \partial^2 u / \partial x^2 + b \partial u / \partial x \quad (3.4)$$

となる。 $u = \exp(-\nu^2 T) F(x)$ として F を求めれば、一般解は

$$F = \exp(-b x / 2) (A \cos \omega x + B \sin \omega x) \quad (\text{ただし、} 2\omega = 4\nu^2 - b^2) \quad (3.5)$$

3.1 $x=0$, 1が排水端($u=0$)である場合

Fourier級数の理論により式(3.5)から、

$$u = 2 p_0 \sum_{n=1}^{\infty} \exp \{ - \{ (n\pi)^2 + (b/2)^2 \} T \} \times \frac{n\pi \{ 1 - (-1)^n \exp(b/2) \}}{(n\pi)^2 + (b/2)^2} \exp \left(\frac{b x}{2} \right) \sin n\pi x \quad (3.6)$$

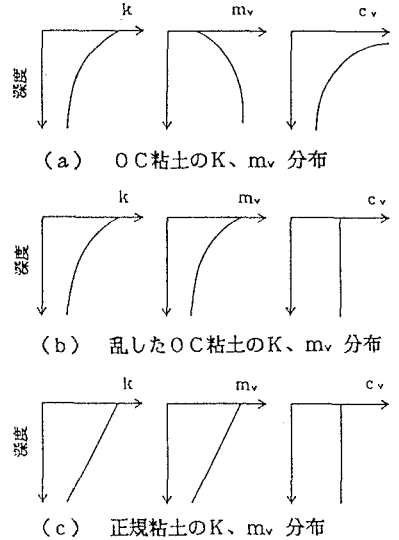


図-1

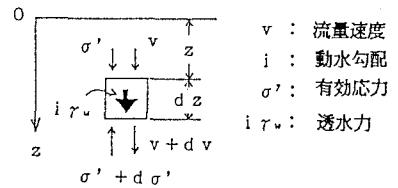


図-2

を得る。これより $\sigma' = p_0 - u$ により有効応力が、また式(2.4)より $\varepsilon = \sigma' m_v = \sigma' m_{ve} e^{bx}$ が知られる。それは、

$$\varepsilon = m_{ve} p_0 \left[\exp(bx) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\nu_n^2 T) \times \frac{n \pi \{1 - (-1)^n \exp(b/2)\}}{\nu_n^2} \exp\left(-\frac{bx}{2}\right) \sin n \pi x \right] \quad (3.7)$$

ただし、 $\nu_n^2 = (n \pi)^2 + (b/2)^2$ 。さらに粘土層の表面沈下 $S(T)$ を $H \int_0^1 \varepsilon dx$ で求め、 $S(T)$ と最終沈下 $S_f = S(\infty)$ との比によって圧密度 $U(T)$ を計算すると式(3.7)から、

$$U(T) = 1 - \frac{2b}{e^b - 1} \times \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\nu_n^2 T) \frac{(n \pi)^2 \{1 - (-1)^n \exp(b/2)\}^2}{\nu_n^4} \quad (3.8)$$

を得る。ここで、 $b \{1 - (-1)^n \exp(b/2)\}^2 / (e^b - 1)$ は b の符号を変えても値が変わらないので、 $U(T, b) = U(T, -b)$ となり、式(3.8)は b の正負に拘らず使用される。

3.2 $x=0$ が排水端、 $x=1$ が非排水端 ($\partial u / \partial x = 0$) である場合

$$\text{式(3.5)に境界条件を用いると } A=0, \text{ かつ } b \tan \omega = 2 \omega \quad (3.9)$$

これは固有値 ω を求める式である。固有値 $\omega_n (n=1, 2, \dots)$ が知れば Fourier の展開定理によって、

$$u = 4 p_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_n^2 \exp(-b x/2) \sin \omega_n x}{(2 \omega_n - \sin 2 \omega_n) \{\omega_n^2 + (b/2)^2\}} \times \exp[-\{\omega_n^2 + (b/2)^2\} T] \quad (3.10)$$

が結論される。これにより3.1と同様にして圧密度を求めれば、

$$U = 1 - \frac{4b}{e^b - 1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_n^3 \exp[-\{\omega_n^2 + (b/2)^2\} T]}{(2 \omega_n - \sin 2 \omega_n) \{\omega_n^2 + (b/2)^2\}} \quad (3.11)$$

3.3 時間、沈下曲線

各境界条件に於ける時間、沈下関係 ($U-T$ 図) を図-3、図-4に示した。空間的に c_v が一定であっても、 k と m_v が深さとともに変化する場合は、時間沈下曲線は Terzaghi 解 (k, m_v, c_v が皆一定) とかなり違ってくるのがわかる。現実の地盤では粘土層が洪積砂層上に堆積するのがケースとして多いから両端排水の条件が考えられる。この時、図-3にみるように k, m_v が変化するとき、常に Terzaghi 解より圧密の進行が早くなることが判明した。沈下の現場観測で、よく理論解の予測より早く、 c_v を割増ししないと合わないと言われている経験事実の一つの理由を本解析が説明しているように思われる。

4. 二層粘土の圧密試験

単一の圧密容器中に所要の不均一粘土層を作製することも、また各層の圧密進行の過程を正しく把えることも困難である。そこで二つの圧密容器をパイプで直結し、各層に異なる粘土を詰めて二層粘土地盤を作り圧密試験を行った。用いた粘土試料の圧密特性は圧密荷重が98 kPaのとき、表-1のようである。予備圧密を19.6 kPaで行った。図-5に圧密沈下の測定の一例を示した。この図からLogフィッティング法で100%圧密沈下を定め、各時間に対する圧密度を計算すると表-2のようである。表-2には、Grayの計算値も示してある。

5. まとめ

本研究で得られた結果を要約すると、

(1) k, m_v が場所的に指数関数として変わるが、 c_v が一定の場合の解析を行い、両端排水の場合は、つねに c_v 一定とした Terzaghi 解より圧密が早まることがわかった。これは現場で沈下が早く起こる傾向を説明する一理由と考えられる。

(2) 二層粘土層の圧密試験を二つの圧密容器を直結して行い、実験による圧密度を Gray の解と比べたところ、ほぼ一致する結果が得られた。

本研究を行うに当り、愛知工業大学 成田国朝 教授、山梨大学 村上幸利 助教授より有益な討議を頂いたことを記し、謝意を表する。また本研究は、東京電機大学総合研究所 Q63-M9 として行った。

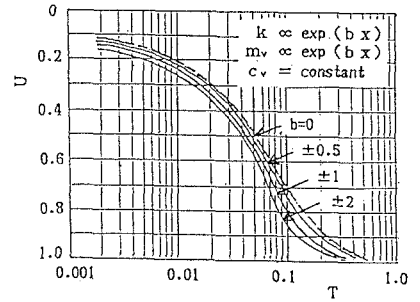


図-3 両端排水

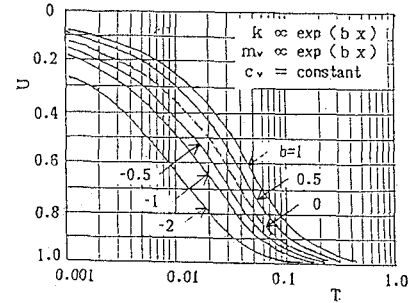


図-4 上端排水

表-1 カオリンと川崎粘土の圧密特性

	k (M/s)	c_v (M ² /s)
Kaoline	1.24×10^{-8}	1.82×10^{-8}
Kawasaki clay	2.60×10^{-10}	5.31×10^{-8}

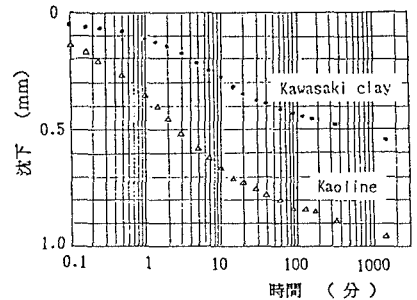


図-5 観測結果

($p = 78.6 \text{ kPa} \rightarrow 157.3 \text{ kPa}$)

表-2 実験と理論の比較

($p = 78.6 \text{ kPa} \rightarrow 157.3 \text{ kPa}$)

time	Kaoline		Kawasaki clay	
	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.
1 min.	0.37	0.36	0.18	0.12
5	0.67	0.74	0.42	0.38
10	0.78	0.88	0.58	0.59
20	0.87	0.94	0.73	0.85
30	0.92	0.99	0.82	0.94