

III-68

クリープポテンシャル理論による粘土の弾粘塑性モデル化について

大阪大学工学部 正会員 阿部 信晴
大阪大学工学部 正会員 松井 保
大阪大学大学院 学生会員 喜多 直之
大阪大学工学部 学生会員 平尾 謙一

1. まえがき

これまでに地盤材料の弾粘塑性構成式が数多く提案されているが、これらのほとんどは流動曲面理論あるいは超過応力理論に基づいている。本報告では新たにクリープポテンシャル理論に基づく粘土の弾粘塑性構成式を提案する。

2. クリープポテンシャル理論

クリープポテンシャル理論は、ひずみを弾性ひずみとクリープひずみ(時間依存性の変形が生じる現象を総称してクリープと定義しており、クリープひずみは粘塑性ひずみと同義である)に分離する弾/粘塑性理論であるが、負荷あるいは除荷といった応力状態に関係なく常に弾性ひずみとクリープひずみが存在するという基本仮定に基づいている。したがって、この理論では降伏条件、負荷-除荷基準は必要とされない。代わりに、弾・粘塑性遷移応答は内部状態変数とその移行式によって制御されるのが普通である。

クリープポテンシャル理論では、クリープひずみ速度は次式で与えられる。

$$(1) \quad \dot{\epsilon}_{ij}^c = \Lambda(\sigma_{kl}, s_n) \frac{\partial g(\sigma_{kl}, s_n)}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$(2) \quad \dot{s}_n = S_n(\sigma_{mm}, s_n)$$

全ひずみ速度は弾性ひずみ速度とクリープひずみ速度の和として与えられるので、最終的にクリープポテンシャル理論に基づく弾/粘塑性構成式は(3)式となる。

$$(3) \quad \dot{\epsilon}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} + \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}$$

3. 粘土のクリープポテンシャルモデル

クリープポテンシャル理論は、(1)式から明らかなように、クリープひずみ速度の方向を決定するクリープ流れ則とその大きさを定めるクリープ硬化則から構成されている。したがって、クリープポテンシャルモデルを導くためには、クリープポテンシャル g とパラメータ Λ を決定しなければならない。特に後者の決定については、変動応力場に拡張されたクリープ硬化式を用いることが一般的に行われており、このモデルを特徴づけるものとなっている。

以下ではこの方法により、具体的に粘土の単調負荷モデルと繰返し負荷モデルを導く。

単調負荷モデル

等方正規圧密粘土のクリープポテンシャルとして

original Cam-clay model の降伏関数を仮定する。

$$(4) \quad g = p \exp\left(-\frac{\eta}{M}\right) = p_0 \exp\left\{\ln\left(-\frac{p}{p_0}\right) + \frac{\eta}{M}\right\}$$

クリープ硬化則を導くために、粘性体積ひずみ v^v に関する次式の移行式を仮定する。

$$(5) \quad \dot{v}^v = -\mu \ln\left(\frac{\dot{v}^v}{\dot{v}_r^v} + \delta\right)$$

そして、これを松井・阿部〔2〕による方法によって変動応力場へ拡張する。すなわち、基準状態における非弾性体積ひずみ f と粘性体積ひずみの和をクリープ体積ひずみと定義し、負荷時の瞬間粘塑性応答は存在しないものとする。よって、 $v^c = 0$ なる初期条件で(5)式を積分することにより、次式を得る。

$$(6) \quad v^c = \mu \ln\left[\frac{1}{\delta} \{1 - \exp(-\frac{\delta}{\mu} \dot{v}_r^v t)\} \exp\left(-\frac{f}{\mu}\right) + \delta \exp(-\frac{\delta}{\mu} \dot{v}_r^v t)\right]$$

上式からクリープ体積ひずみ速度 $\dot{v}^c$ は次式で与えられる。

$$(7) \quad \dot{v}^c = -\frac{\dot{v}_r^v \{ \delta - \exp(-\frac{f}{\mu}) \} \exp(-\frac{\delta}{\mu} \dot{v}_r^v t)}{\exp(-\frac{f}{\mu})}$$

(6), (7)式から時間 t を消去すると、

$$(8) \quad \dot{v}^c = \dot{v}_r^v \left\{ \exp\left(-\frac{f-v^c}{\mu}\right) - \delta \right\}$$

一方、(1), (4)式から

$$(9) \quad \dot{v}^c = \Lambda \frac{\partial g}{\partial p}$$

したがって、パラメータ Λ は、

$$(10) \quad \Lambda = \frac{\dot{v}^c}{\frac{\partial g}{\partial p}} = \frac{\dot{v}_r^v \{ \exp(-\frac{f-v^c}{\mu}) - \delta \}}{(1 - \frac{\eta}{M}) \exp(-\frac{\eta}{M})}$$

ゆえに、クリープひずみ速度は次式で与えられる。

$$(11) \quad \dot{\epsilon}_{ij}^c = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \left[\frac{\dot{v}_r^v \{ \exp(-\frac{f-v^c}{\mu}) - \delta \}}{(1 - \frac{\eta}{M}) \exp(-\frac{\eta}{M})} \right] \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}$$

ただし、基準状態における非弾性体積ひずみは次式で与えるものとする。

$$(12) \quad f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \left\{ \ln\left(-\frac{p}{p_0}\right) + \frac{\eta}{M} \right\}$$

繰返し負荷モデル

クリープせん断ひずみ γ^c を硬化変数とする繰返し負荷モデルも、単調負荷モデルと同様の方法で導くことができる。以下に結果のみを示す。

- ・クリープポテンシャル (η' は負荷反転時の応力比, 松井・阿部〔3〕)

$$(13) \quad g = \begin{cases} p \left\{ \frac{M_{ma} + (\alpha_a - 1)\eta}{M_{ma} + (\alpha_a - 1)\eta'} \right\}^{\left(\frac{\alpha_a}{\alpha_a - 1} \right)} & \eta \geq \eta' (d\eta > 0) \\ p \left\{ \frac{M_{mp} + (1 - \alpha_p)\eta'}{M_{mp} + (1 - \alpha_p)\eta} \right\}^{\left(\frac{\alpha_p}{1 - \alpha_p} \right)} & \eta < \eta' (d\eta < 0) \end{cases}$$

- ・クリープ硬化式

$$(14) \quad \dot{\gamma}^c = \dot{\gamma}_r^v \exp\left(-\frac{f - \gamma^c}{v}\right)$$

- ・クリープひずみ速度

$$(15) \quad \dot{\epsilon}_{ij}^c = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \left[\frac{\dot{\gamma}_r^v \exp\left(-\frac{f - \gamma^c}{v}\right)}{\frac{\partial g}{\partial q}} \right] \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}$$

- ・基準状態における非弾性せん断ひずみ (ただし, 繰返し負荷に対してはMasing則を適用する。)

$$(16) \quad f = \frac{M_f \eta}{G' (M_f - \eta)}$$

4. 解析例

図-1 はクリープポテンシャルモデル (破線) と流動曲面モデル (実線) による非排水クリープ試験の解析結果を示したものである (〔6〕式は松井・阿部による流動曲面モデル〔2〕の流動関数である。したがって, 両者は同じクリープ硬化則に基づいた等価なモデルとなっている)。同じ力学パラメータ (流動曲面モデルによる評価) を用いているが, 構成理論の違いにより応答に差が生じている。図-2 は繰返し負荷モデルによる非排水繰返し三軸試験の計算結果である。図-2 (b) は図-2 (a) の4倍の載荷速度の場合の結果である。繰返し載荷試験時の載荷速度依存性が定性的には表現できている。

参考文献

- 〔1〕阿部他(1990): クリープポテンシャル理論に基づく粘土の弾粘塑性構成式, 第25回土質工学研究発表会
- 〔2〕Matsui & Abe(1985): Elastic/viscoplastic constitutive equation of normally consolidated clays based on flow surface theory, Proc. 5th Int. Conf. Num. Methods Geomech., Vol. 1, Nagoya.
- 〔3〕Matsui & Abe(1981): Multi-dimensional elastoplastic consolidation analysis by finite element method, Soils and Foundations Vol.21, No.1.

