

II-374 透過性領域を含む波動場のBEM解析

熊本大学工学部 正 員 滝川 清

熊本大学大学院 学生員 ○金 南亨

1. 序論 任意の海底形状を有する海域に、任意形状の構造物が設置されている場合に、流体運動は構造物形状や構成材料に応じた流体抵抗を受け、エネルギー-逸散を伴う運動となる。このような、エネルギー-逸散（流体抵抗）は、一般に非線形であるが、これを速度に比例するとした等価な線形抵抗を導入すると速度ポテンシャルの存在する境界値問題となる。この速度ポテンシャル ϕ を未知量とした解析方法では、各領域間で ϕ が不連続関数であるため、各領域境界面ごとに流体運動の連続条件を満足させる必要が生じ、不均質な領域が混在する問題に対しては、その処理が複雑で実用的ではない。本研究においては、波圧が全領域を通じて連続であることに注目し、これを未知量としたBEMによる数値解析を行ったものである。

2. 理論解析 図-1に示す細分化された透過性領域内での流体運動を考える。流体運動の平均流速のXおよびY方向成分をそれぞれuおよびvとし、圧力をP、流体密度 ρ とする。透過層の構成材の圧縮性を考慮すると、エネルギー-逸散を伴う流体運動の連続式および運動方程式は次式で示される。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\lambda \frac{\partial p}{\partial t}, \lambda = \varepsilon \left(\alpha_w + \frac{\alpha_s(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \right) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon} \frac{D u}{D t} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho} \right) - F_x \\ \frac{1}{\varepsilon} \frac{D v}{D t} &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p}{\rho} + g \cdot y \right) - F_y \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 ε は空隙率、 α_w は水の圧縮率、 α_s は透過層構成材の圧縮率である。また、 F_x 、 F_y は流体運動におけるエネルギー-逸散（あるいは流体抵抗）のXおよびY方向の成分を意味する。このエネルギー-逸散項は、 R_s 数が非常に小さい場合を除いて一般には非線形であり、また、流体が加速度運動を行う場合には付加質量力としての流体抵抗が働く。ここでは、これらの非線形なエネルギー-逸散項をこれと等価な線形逸散係数 μ および付加質量係数 C_m を用いて次式で評価する。

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \mu \cdot u + (1-\varepsilon) \cdot C_m \cdot \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial t} \\ F_y &= \mu \cdot v + (1-\varepsilon) \cdot C_m \cdot \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial v}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

上式を(2)に代入し、加速度の対流項を無視すると、運動方程式は線形化されて次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{V} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho} \right) - \mu \cdot u \\ \frac{1}{V} \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p}{\rho} + g \cdot y \right) - \mu \cdot v \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

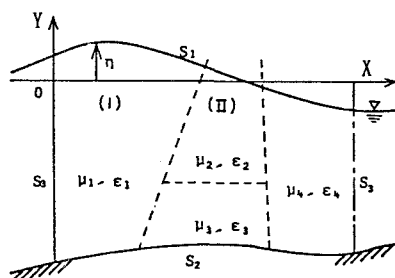


図-1 解析領域

ここに、 $\frac{1}{V} = \frac{1}{\varepsilon}(1 + C_m \cdot (1-\varepsilon))$ である。これより、流体運動は速度ポテンシャル $\phi(x, y, t)$ の存在を仮定することができる。流体の運動方程式は積分されて、流体運動の基礎式(1)および(2)は速度ポテンシャルを用いて次式で表現される。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\lambda \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \quad (5)$$

$$\frac{1}{V} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu \cdot \phi + g \cdot y = 0 \quad (6)$$

また、各領域の境界面では流体運動の連続条件(mass-flux および energy-flux)を満たす必要がある。

$$\left. \begin{aligned} \text{mass-flux; } \frac{\partial \phi}{\partial n} &= \frac{\partial \phi_o}{\partial n} \\ (\phi_o: \text{解析領域外部の速度ポテンシャル}) \\ \text{energy-flux; } \\ \left(\frac{p}{\rho g} + y \right) &= -\frac{1}{gV} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu \phi V \equiv H \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式(7)で示すように、波圧成分Hが、解析の領域を通じて連続であることに注目し、これを未知量とした解析を行う。いま、入射波の周波数 σ による流体運動の周期性を考え、

$$\phi(x, y, t) = \phi(x, y) e^{i\sigma t}, H(x, y, t) = H(x, y) e^{i\sigma t} \quad (8)$$

とすると、式(7)より

$$\phi = -\beta \cdot H, \quad \beta = \frac{g \cdot V}{(i \cdot \sigma + \mu \cdot V)} \quad (9)$$

が得られる。これを用いると各条件式は次式のよう示される。

$$\text{全領域; } \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\beta \frac{\partial H}{\partial y} \right) = i\sigma \lambda H \quad (10)$$

$$\text{自由表面 } S_1; i\sigma H|_{y=0} = -\beta \frac{\partial H}{\partial y}|_{y=0} \quad (11)$$

$$\text{境界 } S_2; \beta \frac{\partial H}{\partial n} = 0 \quad (12)$$

$$\text{境界 } S_3; \beta \frac{\partial H}{\partial n} = \beta \frac{\partial H_0}{\partial n}, \quad (H_0 = -\frac{1}{\beta} \phi_0) \quad (13)$$

流体中に設けた境界 S_3 は仮定の境界であり、ここでは、これを微小振幅運動を行うと仮定し、構造物等からある程度離れた位置に設ける事にして次のように流速条件を線形近似により取り扱う。

$$\left. \begin{aligned} \text{入射位置;} & -\beta H_0 = \phi_0 \\ & = (e^{-ikx} + A_r e^{ikx}) \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh}, \\ & -\beta \frac{\partial H_0}{\partial n} = \frac{\partial \phi_0}{\partial n} \\ & = ik(e^{-ikx} - A_r e^{ikx}) \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \\ \text{通過位置;} & -\beta H_0 = \phi_0 \\ & = A_t e^{-ikx} \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh}, \\ & -\beta \frac{\partial H_0}{\partial n} = \frac{\partial \phi_0}{\partial n} \\ & = -ik A_t e^{-ikx} \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \end{aligned} \right\} (14)$$

A_r と A_t は各々反射波と通過波を表わす未知の複数係数である。波圧関数および反射率、通過率を未定係数とおき、境界条件 (10)-(13) に Green 公式を適用し、1次要素を用いて離散化すると次のように解くべき連立方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} & \beta \alpha_i + \sum_{S_1} (\beta \mathbf{A} - i\sigma \mathbf{B}) \cdot \mathbf{H} \\ & + \sum_{S_3-inp} (\mathbf{A} C e^{ikx} + ik \mathbf{B} C e^{ikx}) \cdot \mathbf{A}_r \\ & + \sum_{S_2} \beta \mathbf{A} \cdot \mathbf{H} \\ & + \sum_{S_3-out} (\mathbf{A} C e^{-ikx} + ik \mathbf{B} C e^{-ikx}) \cdot \mathbf{A}_t \\ & = \sum_{S_3-inp} (\mathbf{A} C e^{-ikx} + ik \mathbf{B} C e^{-ikx}) \end{aligned} \right\} (15)$$

$$\mathbf{A} = (A_{i,j-1}^2 + A_{i,j}^1), \mathbf{B} = (B_{i,j-1}^2 + B_{i,j}^1),$$

$$C = \frac{\cosh k(h+y_j)}{\cosh kh}$$

上式 (15) により、全未知量 H 、 A_r 、 A_t が同時に決定されて、反射率 $K_r = |A_r|$ 、通過率 $K_t = |A_t|$ も簡単に求めることができる。すなわち、波圧成分 H に関する境界値問題となり、各領域ごとに対応した ε 、 μ 、 α 、 λ 等を与えるのみで全領域を区分することなく一括して解析することができる。なお、エネルギー逸散を考えない領域では以上の式中で $\mu = 0$ とすれば良く、 $\varepsilon = 1$ 、 $\lambda = 0$ とすれば流体を完全流体として取り扱うことになる。

3. 数値計算例 図-2 は解析手法の検証のために計算した例で図中に不透過潜堤の反射率を示したものである。図中の実線は井島ら⁽¹⁾の領域分割法によるもので、これと同様、反射率 $|A_r|$ が入射波によって変化することが計算され、本解析が有効

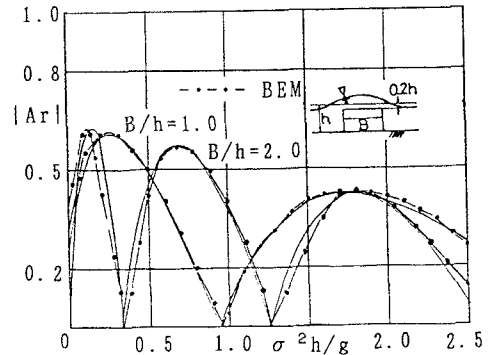


図-2 不透過潜堤の反射率

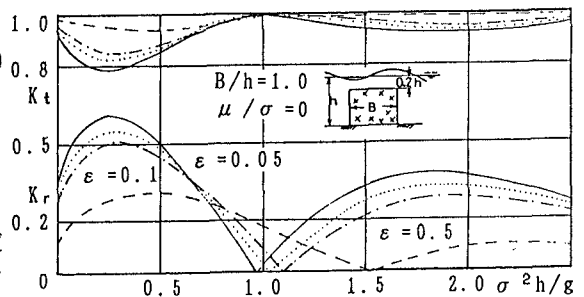


図-3 空隙率の変化による反射率と通過率

であることが検証された。図-3 は図中に示す透過性潜堤の反射率 K_r および K_t を、抵抗係数 $\mu=0$ 、空隙率 $\varepsilon=0.5$ 、 0.1 、 0.05 として計算したものであり、これは流体抵抗がなくて、空隙率のみを考えた仮定の透過層であって図から知れるように、 ε を小さくすると図中に実線で示した不透過な潜堤 (図-2) の場合に近づくことがわかる。また、この時 $K_r^2 + K_t^2 = 1.0$ であり、さらに、 $\varepsilon=1.0$ の流体のみとすると当然ながら $K_r=0$ 、 $K_t=1.0$ となる結果が得られ、計算手法の妥当性が確認できる。要素の分割は、潜堤上で水深方向に $N=4$ 、水平方向に 20 分割し、さらに潜堤両側では、水深方向に $N=10$ および水平方向に 40 分割とし、総節点数 228 である。これらについては文献 (2) が詳しいので参照されたい。

4. 結論 本研究では、波圧が流体と透過層の全領域を通じて連続関数で表現された境界値問題に対する BEM 解析の適用性を示した。これの適用計算で、本解析手法の妥当性の検証と実用性が示された。

参考文献 (1) 井島、佐々木：潜堤効果に関する理論的研究、第 18 回 海溝、pp.141-147、1971。

(2) 滝川、金：有限振幅波動解析における有限要素法と境界要素法について、第 3 回 計算力学シンポジウム、pp.213-220、1989。