

II-341

水槽内での多重反射に伴う非線形干渉波について

東京大学大学院 学生員 李 庸揆
 東京大学工学部 正会員 磯部 雅彦
 東京大学工学部 正会員 渡辺 晃

1. 序 論

構造物による波の反射に関係する実験を行う場合、入射波高と反射率を求める必要が生ずる。通常の規則波造波方式で波形勾配の大きな波を起こし、反射率の高い構造物を水槽端に設置すると、水槽内での多重反射と非線形干渉により、基本周波数成分以外の自由波が発生する。この結果、微小振幅波理論に基づく従来の分離推定法(合田ら、1976)の適用には多少問題が生じる。本研究においては、高次の自由波の発生を抑制するとともに、非線形性を考慮して入射波高を推定する方法について2次近似理論によって考察し、結果を実験によって検証する。

2. 2次の自由波

図-1のように造波水槽の端部に構造物が設置され、ある程度波高の大きな規則波が造波されているものとする。正弦的な造波板の振動と多重反射の結果、入射基本周波数成分(振幅 a_{1I})と反射基本周波数成分(振幅 a_{1R})が形成される。すると、非線形干渉(有限振幅部分重複波、合田ら、1968)により、倍周波数の拘束波(振幅 a'_{2I} および a'_{2R})が発生する。さらに、造波板の運動には倍周波数成分が含まれていないため、拘束波による水粒子運動を打ち消すような倍周波数の自由波(振幅 a_{2I} および a_{2R})が発生することになる。

3本の波高計でデータを取り、合田の方法を用いて基本周波数成分の振幅 a_{1I} , a_{1R} と反射率 r を計算する。また、 $\Delta\ell$ 離れた2点における倍周波数成分の水面変動 η_{21} , η_{22} を次式のように表す(σ :基本角周波数)。

$$\eta_{21} = A_1^{(2)} \cos 2\sigma t + B_1^{(2)} \sin 2\sigma t, \quad \eta_{22} = A_2^{(2)} \cos 2\sigma t + B_2^{(2)} \sin 2\sigma t \quad (1)$$

このうち、拘束波による分 η'_{21} および η'_{22} は基本周波数成分から以下のように求めることができる。

$$\eta'_{21} = \bar{A}_1^{(2)} \cos 2\sigma t + \bar{B}_1^{(2)} \sin 2\sigma t, \quad \eta'_{22} = \bar{A}_2^{(2)} \cos 2\sigma t + \bar{B}_2^{(2)} \sin 2\sigma t \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_1^{(2)} &= a'_{2I} \cos(2kx_1) + a'_{2R} \cos(2kx_1), & \bar{A}_2^{(2)} &= a'_{2I} \cos(2kx_1 + 2k\Delta\ell) + a'_{2R} \cos(2kx_1 + 2k\Delta\ell) \\ \bar{B}_1^{(2)} &= a'_{2I} \sin(2kx_1) - a'_{2R} \sin(2kx_1), & \bar{B}_2^{(2)} &= a'_{2I} \sin(2kx_1 + 2k\Delta\ell) - a'_{2R} \sin(2kx_1 + 2k\Delta\ell) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$a'_{2I} = \frac{a_{2I}^2 k (3 \coth^3 kh - \coth kh)}{4}, \quad a'_{2R} = r^2 a'_{2I} \quad (4)$$

ここに、 k は基本周波数の波数、 h は水深である。ここで倍周波数の自由波成分の振幅 a_{2I} および a_{2R} を求めるために方法1として、式(1)と式(2)の差から求める。その結果は

$$\tilde{A}_1^{(2)} = A_1^{(2)} - \bar{A}_1^{(2)}, \quad \tilde{B}_1^{(2)} = B_1^{(2)} - \bar{B}_1^{(2)}, \quad \tilde{A}_2^{(2)} = A_2^{(2)} - \bar{A}_2^{(2)}, \quad \tilde{B}_2^{(2)} = B_2^{(2)} - \bar{B}_2^{(2)} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{2I}^{(1)} &= \frac{[(\tilde{A}_2^{(2)} - \tilde{A}_1^{(2)} \cosh k_2 \Delta\ell - \tilde{B}_1^{(2)} \sinh k_2 \Delta\ell)^2 + (\tilde{B}_2^{(1)} + \tilde{A}_1^{(2)} \sinh k_2 \Delta\ell - \tilde{B}_1^{(2)} \cosh k_2 \Delta\ell)^2]^{1/2}}{2|\sin k_2 \Delta\ell|} \\ a_{2R}^{(1)} &= \frac{[(\tilde{A}_2^{(2)} - \tilde{A}_1^{(2)} \cosh k_2 \Delta\ell + \tilde{B}_1^{(2)} \sinh k_2 \Delta\ell)^2 + (\tilde{B}_2^{(1)} - \tilde{A}_1^{(2)} \sinh k_2 \Delta\ell - \tilde{B}_1^{(2)} \cosh k_2 \Delta\ell)^2]^{1/2}}{2|\sin k_2 \Delta\ell|} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

である。ここに $(2\sigma)^2 = gk_2 \tanh k_2 h$ である。また方法2として、造波板での倍周波数水平水粒子速度成分(静水面上)を0とする条件からも、 a_{2I} と a_{2R} が次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} a'_{2I} \cos(-2k\ell - 2\sigma t) - a'_{2R} \cos(-2k\ell + 2\sigma t) &= a_{2I}^{(2)} \cos(-k_2 \ell - 2\sigma t + \varepsilon_{2I}) \\ -a_{2R}^{(2)} \cos(-k_2 \ell - 2\sigma t - \varepsilon_{2I}), & \quad a_{2R}^{(2)} = r_2 a_{2I}^{(2)}, \quad r_2 = a_{2R}^{(1)} / a_{2I}^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

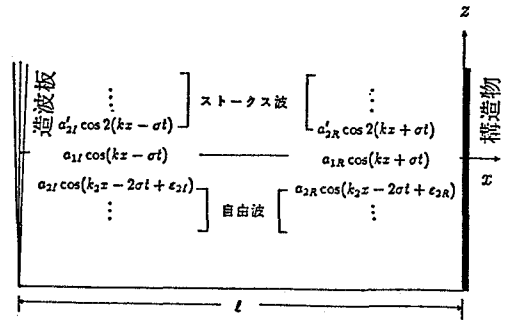


図-1 水槽および座標系

図-2 と図-3 に相対水深と反射率の違いによる2次の自由波の振幅変化傾向の差を示した。図から、方法による差は小さく、ここでの理論が正しいことを裏付けている。2次の自由波は h/L が小さくなるほど大きくなるが、反射率の影響はあまり受けない。そして造波板から構造物までの距離 ℓ によって2次の自由波は図-4のように変わる。従って実験で自由波の影響を減らすためには $\ell/L_2 = (1/4 + n/2)$, ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$, $L_2 = 2\pi/k_2$)となるように ℓ を決めればよい。このことは、造波板位置が節となり、共振点から最もはずれることに対応している。

3. 入射波高

5次の有限振幅波理論（磯部ら、1978）を用いて入射波の波高は基本周波数成分の振幅から次のように求められるが、この計算図表を図-5に示す。

$$H = a_{1I}(2 + 2\beta_3 A_1^2 + 2\beta_5 A_1^4) \quad (8)$$

$$\beta_3 = -\alpha_3, \quad \beta_5 = -\alpha_5 - 3\alpha_3\beta_3, \quad \alpha_3 = \frac{3(-9c^6 + 3c^4 - 3c^2 + 1)}{64}, \quad c = \coth kh, \quad A_1 = a_{1I}k$$

$$\alpha_5 = \frac{188325c^{16} + 203310c^{14} - 764046c^{12} - 340410c^{10} + 53932c^8 - 6070c^6 + 14622c^4 + 2370c^2 - 225}{12288(5c^2 + 1)(5c^2 + 3)}$$

4. 結 論

多重反射が起こる水槽実験において、2次の自由波の発生を抑制する方法と、入射波高の決定法を示した。

[参考文献]

1) 合田ら（1968）：港湾技術研究所報告，Vol.7 No.3, 54p. 2) 合田ら（1976）：港湾技研資料，No.248, 24p. 3) 磯部ら（1978）：第33回土木学会年次学術講演会講演概要集，pp760-761.

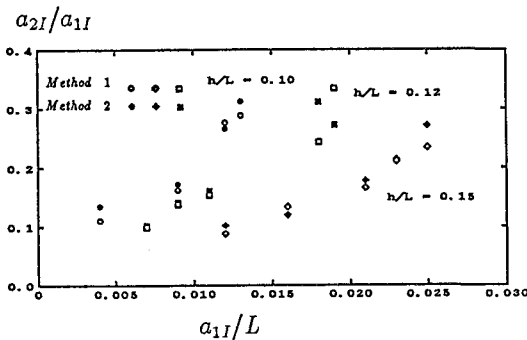


図-2 2次の自由波の振幅の相対水深による違い

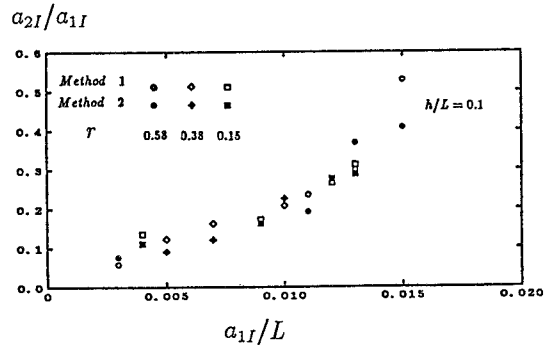


図-3 2次の自由波の振幅の反射率による違い

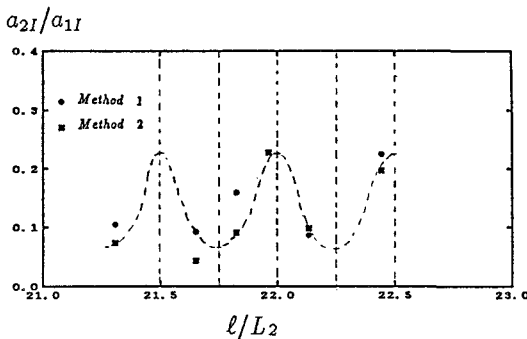


図-4 水槽長による2次の自由波の変化

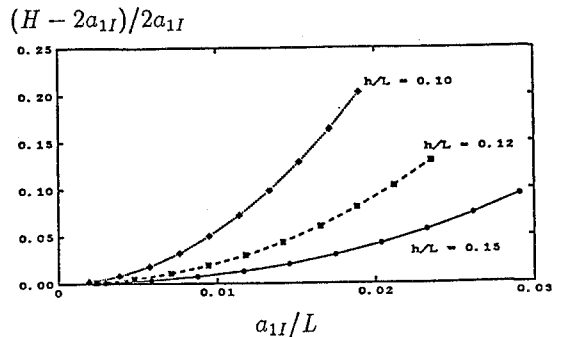


図-5 入射波高の計算図表