II-273　河口付近の波の屈折解析

東北大学大学院　学生員　○ CHAN CHEE SENG
東北大学工学部　正　員　　真野　明
東北大学工学部　正　員　　澤本　正樹

1．はじめに

河口付近の波の変形を予測することを目的に有限要素法によるプログラムの開発を行ってきている．前報（田口ら(1988)）[1]では流れがない場合の屈折・回折現象をBerkhoff(1972)の緩勾配方程式を用いて解いた．本報は流れの影響を考慮出来る Kirby(1984)[2]の緩勾配方程式を支配方程式として用い，流れがある場合の境界条件を新たに導き，これらをGalerkin法によって解いたものである．

2．支配方程式

Kirbyの緩勾配方程式は次式のようになる．

$$\frac{D^2\Phi}{D^2t^2}+(\nabla_h\cdot U)\frac{D\Phi}{Dt}-\nabla_h\cdot(CCg\nabla_h\Phi)+(\sigma^2-k^2CCg)\Phi=0 \quad \cdots(1)$$

$$\frac{D}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}+U\cdot\nabla_h \quad , \quad \nabla_h=\left[\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y}\right] \quad , \quad U=(U,V) \quad \cdots(2)$$

$$\omega=\sigma+U\cdot\mathbf{K} \quad , \quad \sigma^2=gk\tanh kh \quad , \quad k=|\mathbf{K}| \quad \cdots(3)$$

ここで，Cは波速，Cgは群速度，ωは絶対角周波数，σは固有角周波数，Uは流速ベクトル，$\mathbf{K}$は波数ベクトル，hは水深，gは重力の加速度，Φは速度ポテンシャルであり，

$\Phi(x,y,t)=\phi(x,y)\exp(-i\omega t)$．

3．共役波数と境界条件

1次元伝播を考え，Uとhが一定と仮定すると，（1）式は$\phi=\exp(\lambda x)$の形の厳密解が存在し，

$$\lambda_1=ik$$

$$\lambda_2=i\frac{U(2\sigma+Uk)+kCCg}{U^2-CCg}=ik^* \quad \cdots(4)$$

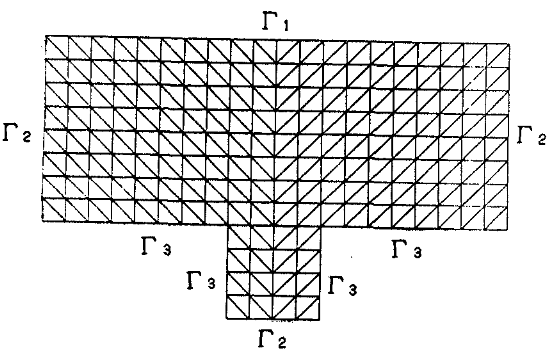
となる．ここでは，k^*を共役波数と呼ぶことにする．（4）式で示す2つの波だけが存在するという条件から境界条件が導かれ，入射境界（Γ_1）では

$$\frac{d\phi}{d\nu}+ik^*\phi=i(k^*-k)\phi^{+0} \quad \cdots(5-a)$$

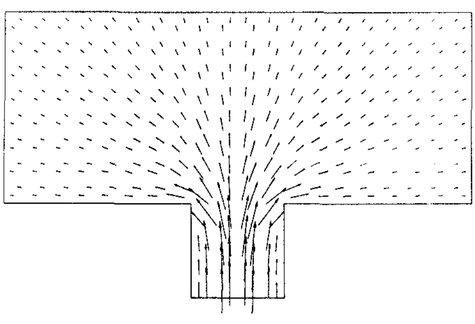
それ以外の境界では

$$\frac{d\phi}{d\nu}=\alpha ik\phi \quad \cdots(5-b)$$

ここで，完全透過境界（Γ_2）では $\alpha=1$，完全



図－1　解析地形と境界条件



図－2　河川流の流速分布

反射境界（Γ_3）では $\alpha=0$ となる．ここで，完全反射の場合には固体壁を考え，U＝０を仮定している．νは境界外向きの単位法線ベクトル，ｉは虚数単位，ϕ^{+0}は入射波振幅である．（５－ｂ）式は境界への入射が直角入射の場合には正しい関係を与える．

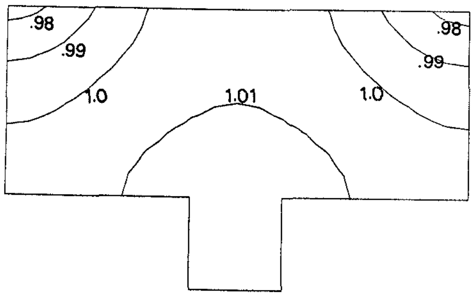
４．モデル及び結果

（１）式と（５－ａ），（５－ｂ）式を図－１のような地形に適用し，線形一次補間数を使ってＦＥＭ解析した．ここで，２次元計算の場合には波向きは未知数であるから，初期値を仮定して計算し，得られた結果より，（６）式を使って波数ベクトルを求める繰り返し計算の方法を用いた．

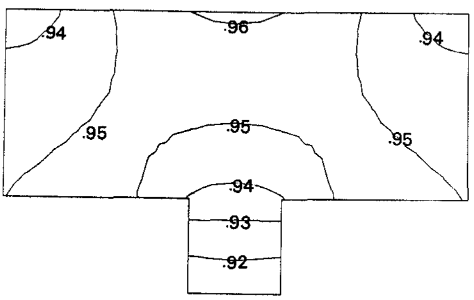
$$\mathbf{K}=\nabla_h(\arg\ \phi)=\nabla_h(\theta) \qquad \cdots (6)$$

図２は河川流の流速分布図であり，ポテンシャル流れより求めた．境界条件は図１のように示している．地形は一定水深で，周期＝20sで $\phi^{+0}=1$ の平面波を入射境界より直角入射させて計算した．最大流速は 5.0m/s である．

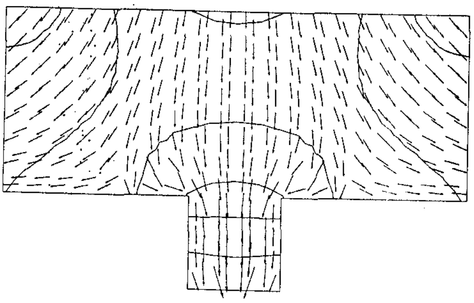
図３は流れがない場合の等ポテンシャル線を示す，このφを用いて流れのある場合の波向きの初期値を求めた．３回の繰り返しで結果は収束することがわかった．これを図－４に示す．流れがない場合に比べて，波高が減衰している．図－５は波数ベクトルの分布を示したものである．流れがない場合と比べると，流れがある場合の波数ベクトルは川の中で増大している．



図－３　等ポテンシャル線（流れなし）



図－４　等ポテンシャル線（流れあり）
繰り返し回数　３回



図－５　波数ベクトル分布（流れあり）
繰り返し回数　３回

５．おわりに

本報告によって，流れがある場合の河口問題を有限要素法による計算が可能であることをわっかた．

《参考文献》

１）田口康典・真野明・澤本正樹：屈折・回折現象の有限要素法解析，第43回年講－Ⅱ，土木学会，pp.720～721,1988
２）James T.Kirby:A Note on Linear Surface Wave-Current Interaction Over Slowly Varying Topography, JGR, Vol.89, pp.745-747,1984.