

II-270

潮流解析における入射波振幅の同定法

佐藤工業(株) 正員 川崎 友之
中央大学 正員 児玉 敏雄
中央大学 正員 川原 睦人

1. はじめに 閉鎖性の湾に対して有限要素法などの数値解析手法により潮流解析を行う際、非定常計算においては開境界で周期的な水位を境界条件として与える必要がある。この場合、初期流速および初期水位を零とし、観測された潮位を調和関数の和として与える方法が一般的である。しかしながら、潮位を強制的に与える場合、開境界条件に不整合が起こり時として計算結果に大きな歪みを与えることがある。そこで、有限要素法による非定常の潮流計算における開境界条件に、無反射性の入射境界条件の処理方法^[1]を適用する。この処理方法は、水位と流速を入射波成分と反射波成分の和として表し、開境界より少し内側の節点において反射波成分を数値的に求め境界外部に透過させる方法で、特性曲線法と呼ばれている。本報では、ここで、既知として与えるべき入射波成分を湾内の観測水位から同定する方法を示す。

2. 基礎方程式および境界条件 次式の線形化された浅海長波方程式を用いる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + g \zeta_{,i} = 0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} + h u_{i,1} = 0, \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

ここで、 u_i ($i=1,2$)、 ζ は平均流速および水位変動量を表し、 g, h は重力加速度、水深をそれぞれ意味する。また、添字は総和規約に従うものとする。

境界条件としては、陸岸境界 Γ_L で完全反射の条件を与える。

$$u_i = \hat{u}_i \quad \text{on } \Gamma_L \quad (2)$$

開境界 Γ_0 には、谷本ら^[2]が提案した入射仮想境界の処理を応用し用いる。開境界での流速、水位は次式に示すように入射波成分と反射波成分の和で表すことができる。

$$\bar{u}_i = u_i^I(t) + u_i^R(t), \quad \bar{\zeta} = \zeta^I(t) + \zeta^R(t) \quad \text{on } \Gamma_0 \quad (3)$$

ここで、 I は入射波成分を、 R は反射波成分を意味する。反射波成分は、入射波成分と湾内の形状により決まる。次式に示す入射波成分は、未知量であるので湾内の観測水位から同定を行う。

$$u_i^I(t) = \frac{g}{c} a_i \sin(\omega t - \kappa), \quad \zeta^I(t) = a_i \sin(\omega t - \kappa) \quad (4)$$

ここで、 a_i は入射波振幅、 $c (= \sqrt{gh})$ は波速、 ω は角振動数、 κ は遅角である。

3. 有限要素方程式 式(1)に重み付き残差法を適用し、一次の形状関数を用いて空間方向の離散化を行う。また、時間方向には2段階陽的解法を適用する。

4. 入射波振幅の同定 共役勾配法を用いて、湾内で観測された重複波の水位(潮位)より開境界の入射波成分の同定を行う。入射波成分のうち、潮汐を扱うので角振動数 ω は既知であり、遅角 κ については開境界上の観測値を用いるものとし、入射波振幅 a_i のみをパラメータとして同定する。まず、入射波振幅を $a_i = \{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}\}$ と置く。ここで、 n は波の種類(分潮)の総数を表す。次に、湾内で観測される水位を $\tilde{\zeta}(t) = \{\tilde{\zeta}_1(t), \tilde{\zeta}_2(t), \dots, \tilde{\zeta}_m(t)\}$ と置き、無反射性の入射境界条件の処理方法により計算される計算水位を $\zeta_c(a_i, t) = \{\zeta_{c1}(a_i, t), \zeta_{c2}(a_i, t), \dots, \zeta_{cm}(a_i, t)\}$ と置く。ここで、 m は観測点の総数を示す。そして、評価関数は次式に示すように観測水位 $\tilde{\zeta}(t)$ と計算水位 $\zeta_c(a_i, t)$ の残差平方和とする。

$$J(a_i) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \|\tilde{\zeta}(t) - \zeta_c(a_i, t)\|^2 dt \quad (5)$$

これより、評価関数の入射波振幅 a_i による勾配は次のようになる。

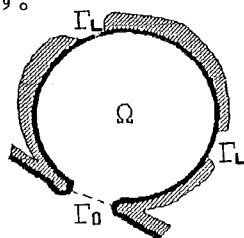


図1 解析領域の概念図

$$J_{,n}(a_1) = - \int_{t_0}^{t_f} [\xi_{c,n}(t)]^T [\tilde{\xi}(t) - \xi_c(a_1, t)] dt \quad (6)$$

この勾配を用いて、互いに共役な方向ベクトル d_1 を生成し、 $J(a_1 + \alpha_1 d_1)$ を最小にする α_1 を求め、 $a_{1+1} = a_1 + \alpha_1 d_1$ を計算する。この手続きを逐次繰り返すことにより、入射波振幅 a_1 の同定を行う。

5. 数値解析例 陸奥湾の潮流解析を行う。有限要素分割図を図2に示す。図中、各地域名は水位の観測地点を示す。図3に主要四分潮(M_2, S_2, K_1, O_1 潮)による各地点の観測水位^[3] (— 線)を示す。これを用いて、開境界の入射波振幅の同定を行う。ここで、各分潮の角振動数 ω_n は既知であり、開境界上の遅角 κ_n については表1に示す観測値を用いる。同定の様子は図4に示す。各分潮の入射波振幅が、3回程度の繰り返し計算で推定されている。この入射波振幅を用いた各地点の計算水位(○— 線)を求め、観測水位(— 線)と比較する。これを、図3に示す。各地点とも良く一致しており、日潮不等も顕著に表現できている。

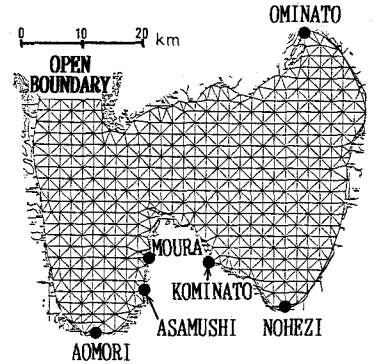


図2 有限要素分割図

表1 各分潮の角振動数と遅角

分潮	角振動数 ω_n (rad./hour)	遅角 κ_n (rad.)
M_2	0.5059	-0.3819
S_2	0.5236	0.1702
K_1	0.2626	1.8009
O_1	0.2433	1.9536

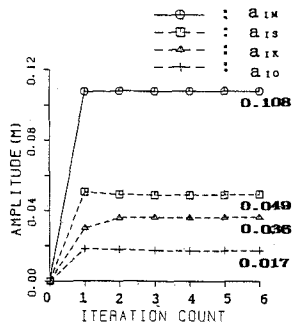


図4 各分潮の入射波振幅

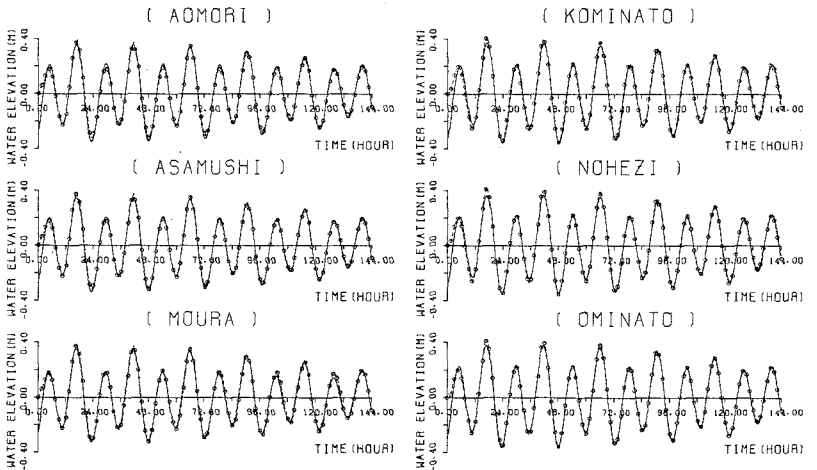


図3 各地点の観測水位と計算水位の比較

6. おわりに 有限要素法による非定常の潮流解析に無反射性の入射境界条件を適用し、既知として与えるべき入射波成分を湾内の観測値より同定する手法を示した。陸奥湾の潮流計算を行った際、基礎方程式が線形であるにもかかわらず計算結果と観測結果との良い一致が認められた。本手法は、潮位を入射波成分と反射波成分に分離して考えているため、入射波成分をここで示した同定手法を用いて推定することにより、湾内の地形が将来的に大規模な埋立などにより変化する場合の潮流予測を行うことが可能である。

参考文献 [1]児玉,川原:”有限要素法による潮流解析における入射境界条件の処理”,土木学会第44回年次学術講演会論文集,pp.600-601(1989)[2]谷本,小舟:”数値波動解析法による港内波高分布の計算”,第22回海岸工学講演会論文集,pp.385-390(1978)[3]日本沿岸潮汐調和定数表,海上保安庁