II-269

潮流の非定常有限要素法解析における開境界条件の処理

中央大学　正　員　児玉敏雄
中央大学　正　員　川原睦人

1．はじめに

著者らは、谷本らの提案した特性曲線法に基ずく無反射境界条件の処理方法 [1] を非定常の潮流解析における開境界条件に適用し、検討を行ってきた[2]。この方法は規則的な差分格子を用いることを前提としている方法であるため、開境界の形状、開境界近傍の要素分割に対していくつかの制約があった。この方法をより汎用的にするために、有限要素法に適した無反射性の開境界条件の処理方法の検討を行ったのでここに報告する。

2．基礎方程式

基礎方程式として以下に示す線形な浅海長波方程式を用いる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+g\eta_{,i}=0, \quad in\ \Omega \tag{1}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}+hu_{i,i}=0, \quad in\ \Omega \tag{2}$$

ここで Ω は解析領域，$u_i(i=1,2),\eta$ は平均流速および水位上昇量を表し、g,h は重力加速度，水深をそれぞれ意味する。また、添字は総和規約に従うものとする。

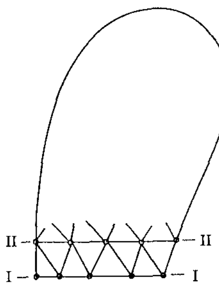
3．開境界条件の処理

(1) 時刻 $t=t$ において、開境界より一つ内側の節点（ライン II）で反射波成分を求める（図－１参照)。

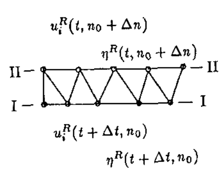
$$u_i^R(t,n_0+\Delta n)=u_i(t,n_0+\Delta n)-u_i^I(t,n_0+\Delta n) \tag{3}$$

$$\eta^R(t,n_0+\Delta n)=\eta(t,n_0+\Delta n)-\eta^I(t,n_0+\Delta n) \tag{4}$$

ここで、u_i,η は重複波の流速，水位を表し、I,R は入射波成分と反射波成分を意味する。また、座標系 $n-s$ において、s は開境界に沿うものとし、n は境界に対して内向き法線方向にとるものとする。



図－１解析領域



図－２反射波計算領域

(2) 前ステップで求めたライン II 上の反射波成分のみを境界条件として、開境界上に節点を有する要素のみ（図－２参照）で以下の有限要素方程式を解き、時刻 $t+\Delta t$ における開境界上（ライン I）の反射波成分を求める。

$$\bar{M}_{\alpha\beta}\{u_i^R\}^{n+\frac{1}{2}}=\tilde{M}_{\alpha\beta}\{u_i^R\}^n-\frac{\Delta t}{2}H_{\alpha i\beta}\{\eta^R\}^n \tag{5}$$

$$\bar{M}_{\alpha\beta}\{\eta^R\}^{n+\frac{1}{2}}=\tilde{M}_{\alpha\beta}\{\eta^R\}^n-\frac{\Delta t}{2}I_{\alpha i\beta}\{u_i^R\}^n \tag{6}$$

$$\bar{M}_{\alpha\beta}\{u_i^R\}^{n+1}=\tilde{M}_{\alpha\beta}\{u_i^R\}^n-\Delta tH_{\alpha i\beta}\{\eta^R\}^{n+\frac{1}{2}} \tag{7}$$

$$\bar{M}_{\alpha\beta}\{\eta^R\}^{n+1}=\tilde{M}_{\alpha\beta}\{\eta^R\}^n-\Delta tI_{\alpha i\beta}\{u_i^R\}^{n+\frac{1}{2}} \tag{8}$$

この場合、開境界上で次式で表される進行波の条件を与える必要がある。

$$u_i^R=\sqrt{\frac{g}{h}}\eta^R n_i \tag{9}$$

ここで、n_i は波向きを表すベクトルである。

(3) 時刻 $t = t + \Delta t$ において開境界で、次式の境界条件を与える。

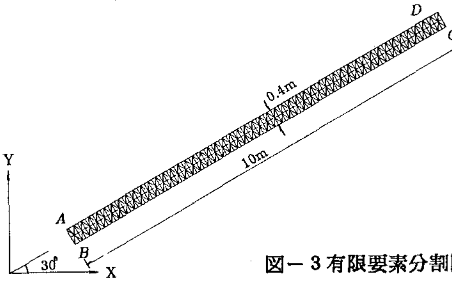
$$u_i(t + \Delta t, n_0) = u_i^I(t + \Delta t, n_0) + u_i^R(t + \Delta t, n_0) \tag{10}$$

$$\eta(t + \Delta t, n_0) = \eta^I(t + \Delta t, n_0) + \eta^R(t + \Delta t, n_0) \tag{11}$$

以上の手順により無反射性の開境界条件の処理を行うことができる。

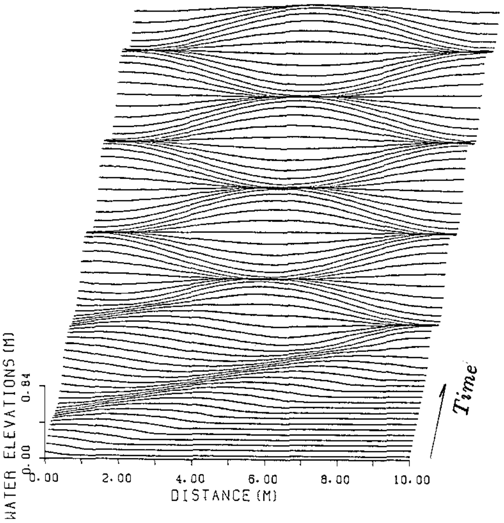
4．数値計算例

手法の検証のため、長方形水路における重複波のシミュレーションを行う。解析には、全体座標系に対して３０度傾け、開境界近傍の要素分割を不規則にしたモデルを用いる（図－３参照）。水路の水深は一定で $h = 10m$ とする。境界条件は、境界$\bar{AD}, \bar{BC}$ および$\bar{CD}$で法線方向流速を零とし、境界$\bar{AB}$においては、入射波として、振幅 0.1m 周期１秒の sin 波を与える。

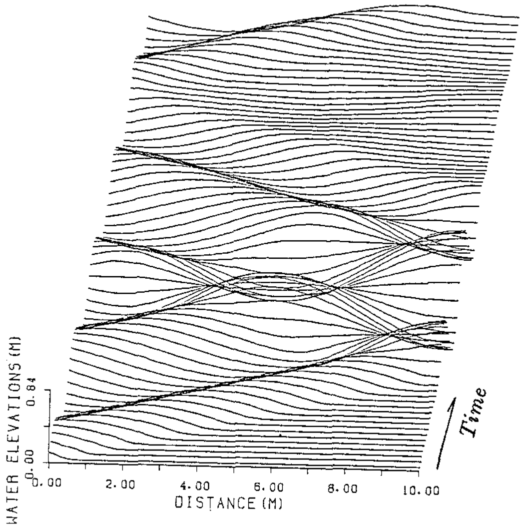


図－３有限要素分割図

図－４に本手法を用いた場合の初期状態から５周期目までの水位の時間変化を示す。進行波が右側の壁で反射し、重複波の場へと遷移していく様子が確認される。図－５に開境界で水位のみを与えた場合の結果を示す。この場合は、水位は準定常状態に収束せず重複波が形成されていないことがわかる。



図－４水位の時間変化（本手法）



図－５水位の時間変化（従来手法）

5．おわりに

非定常の潮流解析における開境界条件に対して新しい無反射性の境界条件の処理方法を提案した。本手法は、（１）開境界は任意形状でよく直交座標に沿う必要はない，（２）反射波の計算を行う場合に特性曲線を用いる必要がない，（３）開境界の接線方向に水深が変化している場合、波速の遅れすなわち屈折を自然に考慮できる，等の特徴をもっている。

参考文献

1) 谷本，小舟：数値波動解析法による港内波高分布の計算，第 22 回海岸工学講演会論文集, pp.385-390(1978).

2) 児玉，川原：有限要素法による潮流解析における入射境界条件の処理，第 44 回年次学術講演会概要集 II，土木学会，pp.600-601(1989).