

II-263

静水圧仮定を用いない流れの三次元数値解析

京都大学大学院○学生員 申 輝華
 京都大学工学部 正 員 岩佐義朗
 京都大学工学部 正 員 井上和也

1. はじめに:

著者らは閉鎖水域における流れに対して、静水圧分布の仮定を用いた準三次元的な数値解析を従来より行ってきたが、流れの鉛直方向の加速度が水平方向のそれに比べて無視できない場合には、この仮定は必ずしも有効と限らず、鉛直方向の運動方程式を解くことが必要である。本研究は、仮想的な水域を対象とし、静水圧仮定を用いない三次元解析法の開発を図るものである。

2. 基礎式と数値解析法:

デカルト座標系における基礎式は、連続式とブシネスク近似を用いた3方向の運動方程式および密度差に関する保存式によって構成される。静水圧 p_s と動水圧 p_d とに取り分けられる圧力のうち、静水圧 p_s は $\partial p_s / \partial x_3 = -\rho g$ によって定義される。式 $p = p_s + p_d$ を運動方程式に代入すれば、次の式が得られる。

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_d}{\partial x_i} \quad \frac{u_3^{n+1} - u_3^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_d}{\partial x_3} \quad (1)$$

$$u_i^* = u_i^n + \left(-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_s}{\partial x_i} - \text{移流項} + \text{拡散項} \right) \Delta t \quad (i = 1, 2)$$

$$u_3^* = u_3^n + (-\text{移流項} + \text{拡散項}) \Delta t$$

式(1)を連続式に代入すると、動水圧 p_d に関する Poisson 方程式が導かれる。

$$\frac{\Delta t}{\rho_0} \left(\frac{\partial^2 p_d}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 p_d}{\partial x_2^2} + \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\partial^2 p_d}{\partial x_3^2} \right) - \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2^*}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3^*}{\partial x_3} \right) = 0 \quad (2)$$

上式(あるいは連続式)は数値計算では一般に満足されず、これを補正するため、 p_d を調整する必要がある。しかし、一つ cell の動水圧を調整すると、ほかの cell も影響されるので、すべての cell に対して連続式が満たされるまで繰り返し計算を行わなければならない¹⁾。この点を考慮した計算の手順は次のようである。

- (1). 時間差分に Adams-Bashforth スキーム、移流項に Doner-cell スキーム、拡散項に中心差分を適用し、静水圧項のうち baroclinic 成分には explicit スキーム、barotropic 成分には explicit と implicit スキームをそれぞれ用い、静水圧分布の仮定を用いた準三次元数値解析と同様な手順で u_1^* 、 u_2^* および u_3^* を求める²⁾。
- (2). 動水圧 p_d に関する Poisson 方程式を、SOR 法を用いて解くことによって、動水圧 p_d を求める。また、得られた p_d を式(1)に代入して、 u_1^{n+1} 、 u_2^{n+1} および u_3^{n+1} を計算し、barotropic 成分に関して explicit スキームの場合には鉛直方向に積分された連続式より水位 ζ を求め、implicit スキームの場合には水位を修正する。
- (3). 密度差に関する保存式により、従来の研究と同様な方法で密度差を解き、さらに温度に換算する²⁾。

3. 計算結果とその考察:

一つの計算例として、成層した閉鎖水域において、その深層の水を管路で汲み上げ、これによって表層の温水を下層に流れさせる場合を考える。計算簡単のために、一様な水深を有する正方形の水域を想定し、水域の一辺は 20 m、水深は 10 m、メッシュの大きさは $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = 1$ m とする。計算の初期状態は連続的な成層を有する静止状態(すなわち初期の圧力分布は静水圧分布である)と仮定し、管路で汲み上げる流量は図-1 のように与える。時間間隔 Δt は explicit スキームの場合には 0.05 秒、implicit 場合には 0.5 秒、計算の継続時間は 3 分間とする。3 方向の渦動粘性係数と渦動拡散係数は $A_1 = A_2 = 0.05 \text{ m}^2/\text{s}$ 、 $A_3 = 0.01 \text{ m}^2/\text{s}$ 、 $K_1 = K_2 = 0.03 \text{ m}^2/\text{s}$ 、 $K_3 = 0.001 \text{ m}^2/\text{s}$ と与える。

図-2 は A-A 断面のベクトル分布を示した図である。この図では、汲み上げによって上層の水が下層に移動し、循環の発生がみられる。汲み上げる流量が水域の水量に比べてかなり小さいこともあって、吸い込み口の

付近でのみ流速が大きいが、水域全体にわたる大きな水循環は形成されていない。図-3 は吸い込み口付近における u_1 と u_3 の時間的变化を表しており、この図よりその点の u_1 と u_3 は、吸い込みの流量の増加とともに次第に増加するが、ある時点 t_1 で定常状態になる。ただし、定常状態に達する時間は吸い込みの流量の変化より多少の時間差がみられる。水が汲み上げられるので、水位は次第に低下していくものの、この計算では水域の水量が大きいので計算時間の範囲では水位の低下量はごくわずかである。つまり長い時間でない限り水位の低下は水域の流れに大きな影響を及ぼさず、流れは定常状態になりうると考えられる。

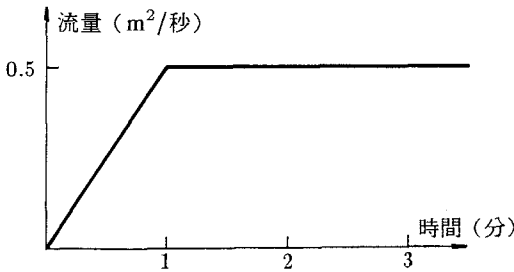


図-1 管路の汲み上げ流量

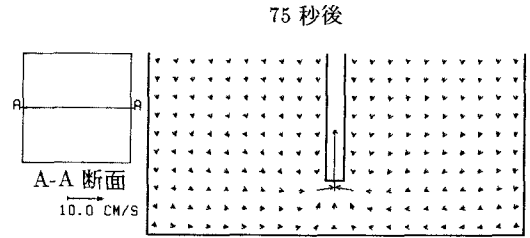


図-2 鉛直断面の流速ベクトル

図-4 は汲み上げ管路の付近における動水圧 p_d の鉛直分布図である。この図より、吸い込み口付近で動水圧が低下しており、その外側の動水圧が高いので、周囲の水が吸い込まれることがよく分かる。静水圧の仮定では、吸い込み口付近での圧力低下が計算されないので、吸い込み口への水の集中も計算されず、さらに計算上では、吸い込み口に接する cell において連続式が満たされない。したがって、本研究のような流れを静水圧の仮定を用いた準三次元モデルによって取り扱うことは困難と考えられる。

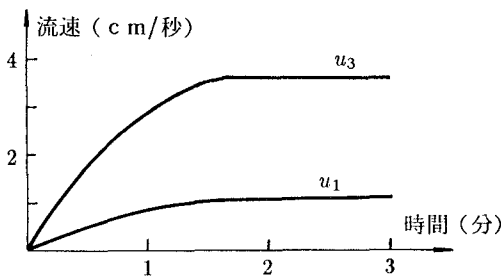


図-3 吸い込み口付近における流速

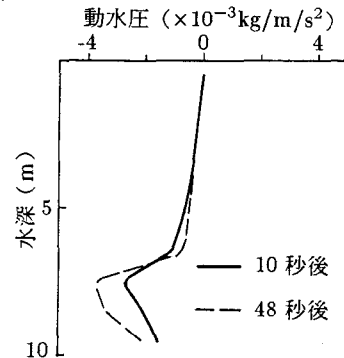


図-4 管路付近における動水圧の鉛直分布

本モデルでは、静水圧の仮定を用いた準三次元モデルと同様に、barotropic 成分の扱いが計算の安定にもっとも影響する。barotropic 成分に関して implicit スキームが用いられる場合には、時間間隔 Δt は鉛直方向の移流項による安定条件 $u_3 \Delta t / \Delta x_3 \leq 1$ に制限される。

4. おわりに:

本研究は、静水圧の仮定を用いない三次元数値解析法の開発を目指したもので、仮想的な水域に適用した場合には妥当な結果が得られた。今後この解析法をさらに改善するとともに、実際の水域に適用し汎用性を高めようと考えている。

参考文献

- 1). Hirt, C.W. and Cook, J.L.: Calculating three-dimensional flows around structures and over rough terrain, J. Computational Physics, Vol.10, pp.324-340, 1972.
- 2). Shen, H., Iwasa, Y. and Inoue, K.: Three-dimensional analysis of flows in Lake Biwa and their characteristics, 7th Congress of APD, 1990, Beijing, China. (投稿中)