

II-246 台形断面水路の高速湾曲流に関する一考察

京都大学大学院 学生員 河村 直明

京都大学工学部 正 員 岩佐 義朗

京都大学工学部 正 員 細田 尚

1. はじめに; 本研究は、台形断面を有する湾曲水路の高速流に関して、特性曲線法を用いた数値解析により、現象の再現を試みたものである。計算結果を、Knapp¹⁾ およびLenau²⁾ の研究結果と比較・検討し、本研究の妥当性を確かめる。

2. 基礎式; 定常状態における平面二次元流れの基礎式を用いる。

図1に示す円柱座標系を用いて、次のように行列表示される。

$$A_1 \frac{\partial U}{\partial r} + A_2 \frac{\partial U}{r \partial \theta} = B \quad (1)$$

上式において、 U, A_1, A_2, B は、以下のように定義される。

$$U = \begin{pmatrix} h \\ u \\ w \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} rv_r, & rh, & 0 \\ g, & v_r, & 0 \\ 0, & 0, & v_r \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} rv_\theta, & 0, & rh \\ 0, & v_\theta, & 0 \\ g, & 0, & v_\theta \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -v_r h \\ v_\theta^2/r - \tau_{br}/\rho h - g \frac{\partial y_b}{\partial r} \\ -v_r v_\theta/r - \tau_{b\theta}/\rho h - g \frac{\partial y_b}{r \partial \theta} \end{pmatrix}$$

また、 h : 水深、 v_r, v_θ : 水深平均流速ベクトルの r, θ 方向成分、 $\tau_{br}, \tau_{b\theta}$: 水路床に作用する応力ベクトルの r, θ 方向成分、 y_b : 基準面からの路床高さ、 ρ : 水の密度、 g : 重力加速度である。

(1)式の特性曲線 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ は、 $A_2^{-1} A_1$ の固有値であり次式のようなになる。(λ_1 は流線を表す。)

$$\lambda_1; \frac{dr}{r d\theta} = \frac{v_r}{v_\theta} \quad \lambda_2, \lambda_3; \frac{dr}{r d\theta} = \frac{v_r - v_\theta}{v_\theta^2 - gh} \pm \frac{\sqrt{gh} \sqrt{v_\theta^2 + v_r^2 - gh}}{v_\theta^2 - gh} \quad (+; \lambda_2 \quad -; \lambda_3) \quad (2)$$

また、 $\lambda_i (i=1, 2, 3)$ の左固有ベクトルを μ_i とし、(1)式に左から $\mu_i A_2^{-1}$ を乗ずれば、以下の特性曲線上の関係式が導かれる。³⁾

$$\mu_i \left(A_2^{-1} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial U}{r \partial \theta} \right) + \mu_i \left(\lambda_i \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial U}{r \partial \theta} \right) = \mu_i A_2^{-1} B \quad (i=1, 2, 3) \quad (3)$$

例えば、流線 (λ_1) 上の関係式を書き下せば次のようになる。

$$\frac{v_r}{v_\theta} \frac{\partial}{\partial r} \left(h + y_b + \frac{v_r^2 + v_\theta^2}{2g} \right) + \frac{\partial}{r \partial \theta} \left(h + y_b + \frac{v_r^2 + v_\theta^2}{2g} \right) = -\frac{1}{g} \left(\frac{\tau_{b\theta}}{\rho h} + \frac{\partial y_b}{r \partial \theta} \right) - \frac{1}{g} \frac{v_r}{v_\theta} \left(\frac{\tau_{br}}{g} + g \frac{\partial y_b}{\partial r} \right)$$

3. 数値解析方法; 数値解析は、内部点については、(3)式を適当に離散化して、上流から下流に向かって進められる。 i 番目の格子点での水理量が既知の時、 $i+1$ 番目の未知の格子点 P と点 P を通る3本の特性曲線の i 番目の格子線上での位置を Q_i

($i=1, 2, 3$) とすると、 U_P は、次式で求められる。

$$\lambda_i; (\mu_i)_{Q_i} \cdot \left(\frac{U_P - U_{Q_i}}{r \Delta \theta} \right) = (\mu_i A_2^{-1} B)_{Q_i} \quad (i=1, 2, 3)$$

ただし、 Q_i の位置と水理量の値 U_{Q_i} は、線形補間によって定めた。(図2)

4. 境界条件; 水路の上流端において、一定の流速と水位を与える。台形断面水路では、水深がゼロになる境界(水際線と呼ぶ)が、内岸側と外岸側に存在し、外岸側は λ_1 (流線) と λ_2 上の関係式を連立し、内側は λ_1 と λ_3 上の関係式を連立して、その水理量が定められる。このとき、底面せん断応力および θ 方向の路床勾配を無視する場合には、自由境界上で $h=0$ とし、考慮する場合には、微小な水深 h を与える。

5. 計算結果の考察

(1) Lenauの解との比較; Lenauは、摂動法を用いて、水路外岸での first peak の水位と断面平均水位

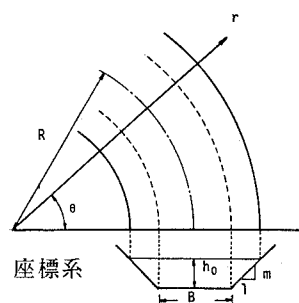


図1 座標系

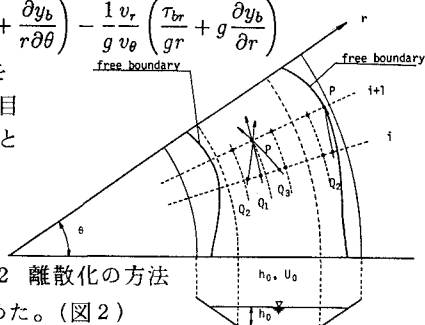


図2 離散化の方法

との差 Δh_{max} およびその発生位置 θ_{max} に関して次式を導いている。

$$\frac{\Delta h_{max}}{h_0} = Fr_0^2 \cdot \frac{B}{R} \cdot \left(2m \frac{h_0}{B} + 1 \right)$$

$$\theta_{max} = Fr_0 \cdot \frac{B}{R} \cdot \left(2m \frac{h_0}{B} + 1 \right) \cdot \beta \quad (\beta = 1.0 \sim 1.2)$$

計算条件は、表1に示した。 h_0/B を一定とし、 R/B 、Froude数を変化させている。表1に示した条件のもとで、計算結果と摂動解の比較を行った。また、Run2の $Fr_0=4$ の場合について、水深と流速の横断分布を示したのが、図3である。底面せん断応力の影響は、水深分布については小さいが、流速分布については、水際線近傍で顕著に表れている。 Δh_{max} および θ_{max} について摂動解と計算結果を比較したのが図4、図5である。（これらの計算では、底面せん断応力の影響を考慮していない。）これらの図より、 R/B の増加とともに、計算結果がLenauの解に漸近していく様子がよく表れている。

表1 計算条件(Lenauとの比較)

	R/B	Fr_0	h_0/B	m
Run 1	10	2, 4, 6, 8	0.2	2
Run 2	20	2, 4, 6, 8	0.2	2
Run 3	100	2, 4, 6, 8	0.2	2
Run 4	200	2, 4, 6, 8	0.2	2

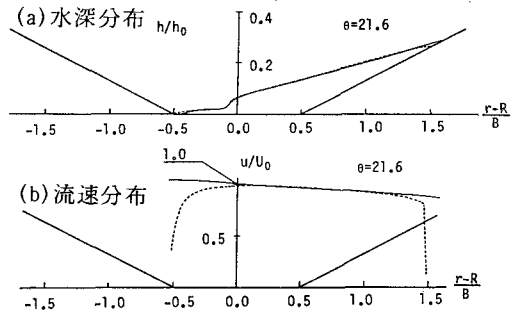


図3 底面せん断応力を考慮する場合（点線）としない場合（実線）との比較(Run2, $Fr_0=2$)

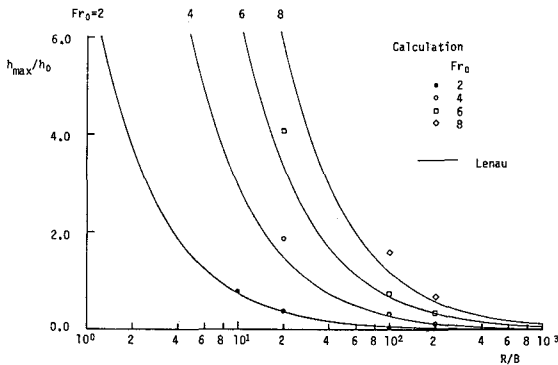


図4 Δh_{max} と R/B の関係

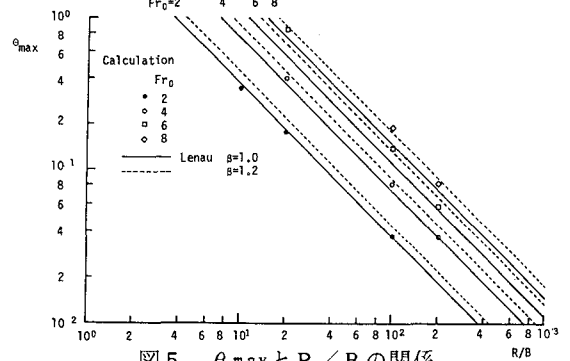


図5 θ_{max} と R/B の関係

表2 計算条件(Knappとの比較)

	B (m)	h_0 (m)	R (m)	Q (m³/s)	m
Run K-1	0.3048	8.44×10^{-2}	7.62	1.56×10^{-1}	1.5
Run K-2	0.3048	7.74×10^{-2}	7.62	1.28×10^{-1}	1.5
Run K-3	0.3048	7.05×10^{-2}	7.62	0.99×10^{-1}	1.5
Run K-4	0.3048	5.15×10^{-2}	7.62	0.71×10^{-1}	1.5

（2）Knappの実験との比較；Knappの実験に合せて、表2の条件のもとで計算を行い、水路外岸側の水位の変化を示したのが図6である。
Run k-3の場合を除けば計算結果と実験結果は、よく一致している。以上の考察から、本研究の数値解析法を用いて、水際線を有する高速流の再現が概ね可能になったと考えられる。

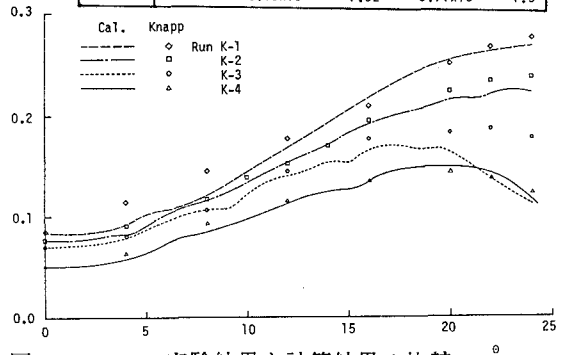


図6 Knappの実験結果と計算結果の比較

参考文献 1)Knapp, R.T. ; Design of channel curves for supercritical flow, Trans ASCE, 116, pp296-pp325, 1951 2)Lenau, C.W. ; Supercritical flow in bends of trapizoidal section, Proc. ASCE, J. Eng. Mech. Div., Vol. 105, No. EMI, 1979 3)岩佐・細田；京大防災年報 第32号 B2, 1989,