

II-200

k-ε乱流モデルによる下層密度流の数値解析

日本工営株式会社 正員 渡邊政美
長岡技術科学大学建設系 正員 福嶋祐介

1. はじめに： 周囲水より密度の大きな水が傾斜面上に放出されると、この水は傾斜面に沿って流動し、下層密度流を形成する。このような流れは自然界で多く観測され、工学的見地からも重要である。下層密度流は周囲水に進入する先端部とこれに続く定常部に大きく分かれる。先端部は周囲水の入りに際して、その水深が定常部より高くなり、運動エネルギーの損失により、その流下速度は定常部の流速より遅くなる。また、下層密度流の主流に伴いその上方に逆流域が存在し、これにより先端部後方で周囲水を巻き込みその濃度が希釈される。これらの説明には、乱流特性量、圧力分布の計算も含めた解析が必要と思われる。よって、k-ε乱流モデルを用い、基礎方程式の離散化には、圧力を従属変数に含めているSIMPLE法¹⁾を用いた、下層密度流の非定常解析を行う。

2. 基礎方程式： 静止した密度 ρ_0 の水中にこれより大きな密度を持った水が流入する場合を考える。流れは二次元、非圧縮であり密度は塩分濃度 c のみの関数とする。壁面に沿って流下方向に x 座標をとり、これと直交上向き方向を z 座標とする。 u , w は、それぞれ x , z 座標の流速成分である。このとき、流れの連続式、 x , z 方向運動量方程式、塩分濃度 c の拡散方程式、さらに、k-ε乱流モデルによる、乱流エネルギー k の方程式、分子粘性逸散率 ϵ の方程式を基礎式とした。これを以下に示す。また、渦動粘性係数 ν_t は式(7)で表される。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ u^2 - (\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ uw - (\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial z} \right\} \quad (2)$$

$$= Rcg \sin \theta - \frac{\partial}{\partial x} \int_z^h Rcdz g \cos \theta - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu_t \frac{\partial w}{\partial x} \right\}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ uw - (\nu + \nu_t) \frac{\partial w}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ w^2 - (\nu + \nu_t) \frac{\partial w}{\partial z} \right\} \quad (3)$$

$$= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu_t \frac{\partial w}{\partial z} \right\}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ uc - (D + \frac{\nu_t}{\sigma_c}) \frac{\partial c}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ wc - (D + \frac{\nu_t}{\sigma_c}) \frac{\partial c}{\partial z} \right\} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ uk - \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ wk - \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right\} \quad (5)$$

$$= \nu_t \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} - \epsilon \right\}$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ u\epsilon - \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ w\epsilon - \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right\} \quad (6)$$

$$= c_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + (1 - c_{3\epsilon}) Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} \right\} - c_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k}$$

$$\nu_t = \frac{c_\mu k^2}{\epsilon} \quad (7)$$

ここで、 Rc は相対密度差、 p' は静水圧からの差圧、 ν は動粘性係数、 D は分子拡散係数である。また、k-εモデル中の数値定数は表1に示す通りである²⁾。

表1 k-ε乱流モデルの数値定数

c_μ	σ_k	σ_ϵ	σ_t	$c_{1\epsilon}$	$c_{2\epsilon}$	$c_{3\epsilon}$
0.09	1.0	1.3	0.8	1.44	1.92	1.0

境界条件は、流入部で測定値を与え、流出部で w と諸量の x 方向勾配が0、上部で諸量の z 方向勾配が0とし、壁面で対数則と局所平衡性が成り立つものとして、壁面最近傍の計算格子点で以下の壁法則を用いた。

$$\frac{u_o}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z_o u_*}{\nu} + As \quad (8)$$

$$\frac{k}{u_*^2} = \frac{1}{\sqrt{C\mu}} \quad (9)$$

$$\epsilon = \frac{u_*^3}{\kappa z_o} \quad (10)$$

基礎式はPatankarの提唱するSIMPLE法により離散化した。これは、圧力を含めて扱っている点に加えて、通常の差分法に比べて数値的に安定であり、離散化された代数方程式の物理的意味も明確である点が特徴である。

3. 解析結果と考察： 解析は福岡らの行った実験³⁾を対象とし、計算領域はx方向に200cm、z方向に30cmとし、格子点はそれぞれ、40点、30点とっている。時間ステップは $\Delta t = 0.2\text{sec}$ とし、30秒間計算した。

解析結果のうち、図1に濃度分布の経時変化を示す。下層密度流は初め、放射状に広がりながら流下し、逆流域の形成と共に先端部と定常部の境で周囲水を巻き込み、くびれた形状となる。さらに、流下しながら、先端部前面において、断面の最大濃度点が壁面抵抗の影響から序々に上昇し、先端部後方においては濃度の希釈が進行する。以上の点が計算により再現できた。

また、図2、図3に、先端部について流速分布と濃度分布の実験値と比較を行っている。計算値は実験の傾向をよく表しているものの値そのものは実験値より小さめで、特に先端部前面においてこの傾向が強い。今後、計算における境界条件等の見直しと共に、乱流測定等を含めたより詳しい下層密度流の実験が望まれる。

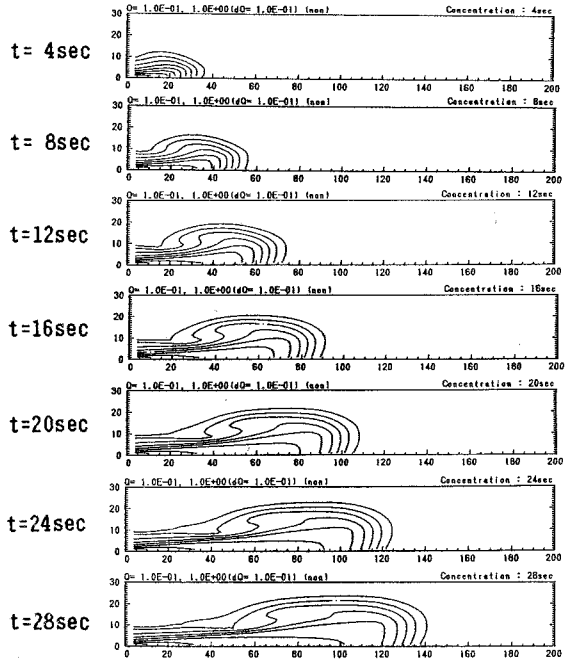


図1 濃度分布の経時変化

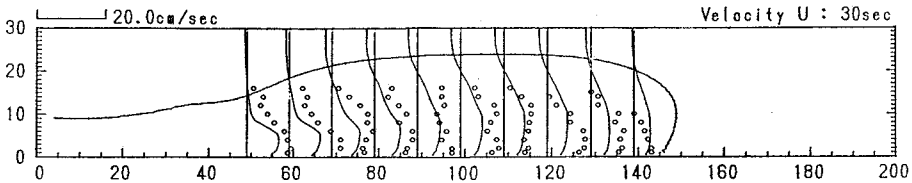


図2 先端部流速分布の実験値との比較

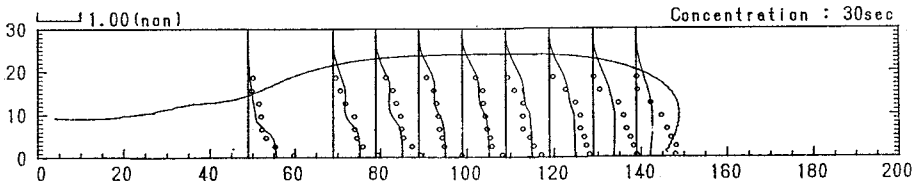


図3 先端部濃度分布の実験値との比較

4. 参考文献： 1) Patankar, S. V. (水谷幸夫, 香月正司訳)：森北出版, 1985 2) Rodi, W. : Turbulence Models and Their Application in Hydraulics, State of the Arts Paper, IAHR, 1980. 3) 福岡捷二・水村和正・加納敏行：密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第274号, pp41~55, 1978.