

II-186 湾曲部における浮遊粒子の運動

福山大学工学部 正員 梅田 眞三郎

Univ. of Michigan Wen-Jei Yang

1. まえがき

流れの中に置かれた浮遊粒子の運動を解明することは、流れの可視化におけるトレーサ法にとって非常に重要である。著者らは、湾曲部に浮遊する粒子の追従性に関する実験を行ってきた。今回粒子形状と流体条件を考慮した無次元量 $C_d/t \cdot$ と粒子流速 u_p と流体流速 u_f との比 u_f/u_p の関係を実験的に明らかにすることができた。

2. 理論式

流れに単一粒子が混入された場合、その粒子の運動に対してはB. B. O. 式が成立する。しかしながら中立粒子以下の浮遊粒子に対しては、粒子密度比 $\sigma = \rho_p/\rho_f$ の変化に伴い浮遊中の水面下の長さが異なってくるので、同一径の粒子でも密度比が異なればB. B. O. 式における各項に係る係数が異なってくる。そこで各粒子の密度比と重さから求められる浮力の関係から粒子の水中での長さであるきつ水長 D_r 、水中での最大周長 L_p 、水中での断面積 A_p 及び水中での体積 V_p などの断面諸量を図-1のように定義する。今回の実験では、粒子として球以外に円柱も使用した。この場合最大周長 L_p は、きつ水長に関係なく、円周長となる。浮遊粒子に対する流体の抗力については、Stokesの抵抗則を適用し、浮遊粒子に対する修正B. B. O. 式を次のように定義する。

$$\frac{3\pi C_d}{4\sigma L_p} U |U| - \left(\frac{\sigma + \alpha}{\sigma} \right) \frac{du_p}{dt} + \left(\frac{1 + \alpha}{\sigma} \right) \frac{du_f}{dt} + \frac{6A_p(\pi v)}{\pi \sigma V_p} \int_0^t \frac{(dU/dt') dt'}{(t-t')^{1/2}} = 0$$

$$C_d = \frac{\gamma V_p}{u_p A_p}, \quad U = u_f - u_p$$

$$\text{球に対して} \quad \alpha = \frac{D_r A_p}{3V_p} \quad \gamma = 6 \quad T = \frac{2A_p(\sigma + \alpha)}{9\pi v}$$

$$\text{円柱に対して} \quad \alpha = \frac{D_r}{h} = \sigma \quad \gamma = 24/\pi \quad T = \frac{A_p(\sigma + \alpha)}{18v}$$

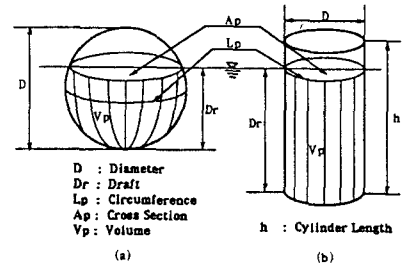


図-1 断面諸量

今回の実験では、種々の流れに対する粒子の軌跡より、各点における粒子流速 u_p を測定している。この u_p に対する流体流速 u_f を上式を使って逆算し、流速比 u_f/u_p を計算した。以下にその算定の差分式を示す。なお、差分式を誘導するにあたって計算の簡略化のためにBasset項の近似を試みている。

(i) $u_{p,n+1} < u_{p,n}$ に対して

$$k_1 (u_{f,n+1} - u_{p,n+1})^2 + \frac{k_2}{\Delta t} (u_{p,n+1} - u_{p,n}) + \frac{k_3}{\Delta t} (u_{f,n+1} - u_{f,n}) + \frac{2k_4}{(\Delta t)^{1/2}} [(u_{f,n+1} - u_{f,n}) \cdot (u_{p,n+1} - u_{p,n})] = 0$$

(ii) $u_{p,n+1} \geq u_{p,n}$ に対して

$$k_1 (u_{f,n+1} - u_{p,n+1})^2 - \frac{k_2}{\Delta t} (u_{p,n+1} - u_{p,n}) + \frac{k_3}{\Delta t} (u_{f,n+1} - u_{f,n}) + \frac{2k_4}{(\Delta t)^{1/2}} [(u_{f,n+1} - u_{f,n}) \cdot (u_{p,n+1} - u_{p,n})] = 0$$

$$k_1 = \frac{3\pi C_d}{4\sigma L_p}, \quad k_2 = \frac{\sigma + \alpha}{\sigma}, \quad k_3 = \frac{1 + \alpha}{\sigma}, \quad k_4 = \frac{6A_p(\pi v)}{\pi \sigma V_p}$$

3. 実験結果と考察

実験は長さ400cmの直線水路に連結された半円形(内側及び外側の半径は10cmと30cm)の湾曲水路にて粒子の追跡を試みた。使用した粒子は、直径や密度が異なる20種類の球形の粒子と9種類の円柱の粒子である。球形のものの直径、密

度比及びきつ水長の範囲は、0.14～1.16cm、0.22～1.00及び0.10～1.02cmであり、円柱のもののそれぞれは、0.29～0.91cm、0.78～0.96及び1.60～2.01cmである。一方実験に使用した液体は、水とグリセリンを混合したもので、その比重は1.16で、動粘性係数は0.16cm²/secである。実験時には水温を25℃の一定に保ち、下流側に設けた堰の高さを調節することによって流速・流向などの異なるRun-1～Run-6までの6種類の流れを作り、実験を行った。

実験より得られた各粒子の流跡より、各点における粒子の平均流速と単位距離を進む移動時間 t_0 を求め、各種の無次元量との比較を試みた。その検討にあたって湾曲部の中央部から左側の前半部を流速や流跡の変化を考慮して30°ごとにZone I、II、IIIの3つの部分に分けた。まずReynolds数 $Re = u_p \cdot D_r / \nu$ と抗力係数 C_d との関係を求めた結果、Zone Iでは図-2のようになった。実験結果が $24/Re$ の直線にほとんど重なり、Stokesの抵抗則を満足していることから粒子の断面諸量の定義の妥当性が証明されていると思われる。なお、図は省略するが、Zone II、IIIでも同じ結果が得られている。次に直径 D に対するきつ水長 D_r の比 D_r/D と質量係数 α との関係を調べた。円柱に対しては密度比によって α が決まり、一定となる。しかし球に対しては、密度比の小さい粒子は、きつ水長の減少に伴って α も小さくなっていく。

Re 数と時間に関する無次元量 $t = T_0/T$ との関係については、抗力係数と同様に Re 数の減少とともに t が減少し、 $Re-C_d$ との関係より減少勾配が大きくなっている。また流速条件(Run)の違いでも同一粒子に対して t の変化がみられる。そこで Re 数に対しての C_d/t の変化を調べてみると図-3のようになった。なお、図中での直線は、20種類の球の粒子だけをデータとして最小2乗法により求めたものである。全体的には Re 数の増加とともに C_d/t の値は増大していき、ところが Re 数の増加に対して t の値は、同一粒子でも変化しているが、 C_d/t の値はほとんど一定となっているという興味深い結果を示している。結局、この C_d/t には、流れの条件と粒子の条件をともに含み、流れに対する粒子の流跡を追跡するための重要な無次元パラメータであると考えられる。

そこで2.の差分式から流体流速 u_f を求め、 C_d/t との関係を調べた結果、図-4のようになった。 C_d/t に対して u_f/u_0 は、指数関数的に増大していき、また粒径がかなり大きくなると u_f/u_0 も急激に増大していき。

4. 結論

平面2次元流れにおいて単一浮遊粒子の運動に関するB. B. O.式の修正式を導くことができた。さらに粒子の形状と流れの条件を含んだ C_d/t によって浮遊粒子のトレーサ粒子としての追従性を次のような関係式で議論することができた。

$$u_f/u_0 = \exp(B C_d/t)$$

ここに、 B は定数である。

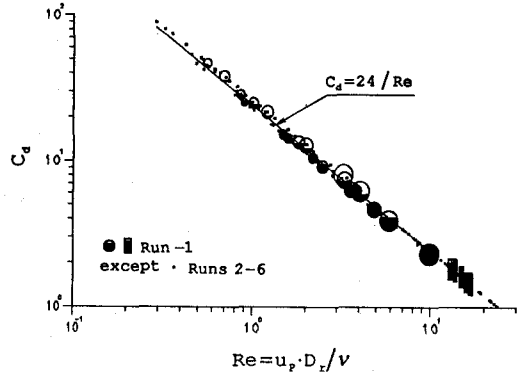


図-2 $Re-C_d$ との関係

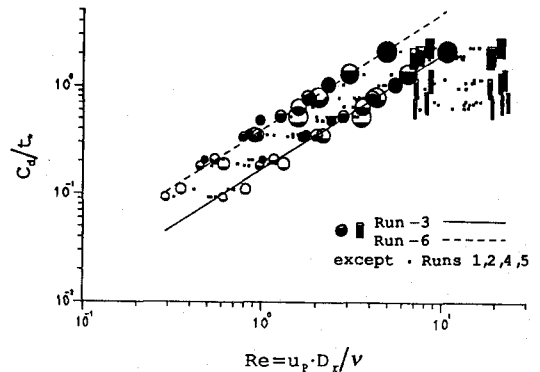


図-3 $Re-C_d/t$ との関係

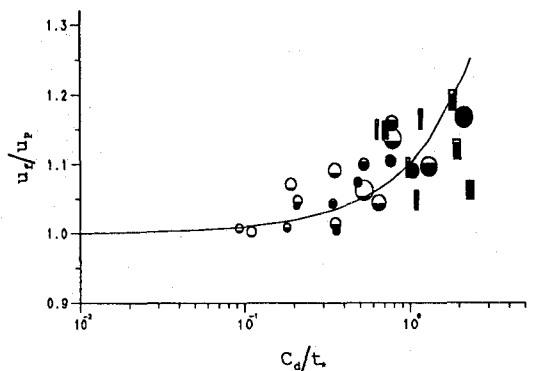


図-4 $C_d/t-u_f/u_0$ との関係