

II-185

非平衡な浮遊砂過程について

 清水建設（株） 正 員 斎藤 彰
 金沢大学工学部 正 員 辻本 哲郎

1. まえがき 本研究では著者らが粗度急変流でのReynolds応力の緩和過程で同定したインパルス応答を利用して非平衡状態の浮遊砂濃度分布を検討したものである。

2. 浮遊砂フラックス分布の遷移過程 粗度が急変する流れでReynolds応力分布の応答は底面ですばやく路床から離れるにしたがって遅い特性に着目し、底面せん断応力（または摩擦速度）の変化に対するReynolds応力分布の変化過程を次のようにインパルス応答を用いた量み込み積分で表現するモデルを提案した。

$$\tau(\xi, \eta) = (1 - \eta) \int_0^\eta \tau_b(\xi - \delta, \eta) g_R(\delta h) d\delta \quad (1)$$

ここに、 τ ：Reynolds応力、 τ_b ：底面せん断応力、 ξ, η は流下方向距離（ x ）、底面からの高さ（ y ）を水深（ h ）で無次元化したものである。 $g_R(\delta h)$ はインパルス応答で、次で与えられるものが開水路粗度急変流で適用性のあることが確認された。

$$g_R(\delta h) = \{1/\Lambda(\eta)\} \exp\{-\xi/\Lambda(\eta)\}; \quad \Lambda(\eta) = 20\eta(1 + 1.5\eta^2) \quad (2)$$

ところでReynolds応力は乱れによる運動量フラックスであり、運動量・質量の輸送現象の相似から上記のインパルス応答は浮遊砂の乱れによるフラックス $\Psi = \overline{c'v'}$ （ c' ：浮遊砂濃度変動、 v' ：乱れの鉛直方向成分）の遷移過程にもそのまま適用できるものと期待され、それゆえこれを用いて次式が書ける。

$$\Psi(\xi, \eta) = \int_0^\eta \Psi_e(\xi - \delta, \eta) g_R(\delta h) d\delta \quad (3)$$

一方浮遊砂の拡散係数 ε_s を用いると、 $\Psi = -\varepsilon_s(dC/dy)$ と書け（ C ：浮遊砂濃度）、平衡状態では乱れによる浮遊砂フラックスは沈降フラックスと釣り合うこと（ $\Psi_e = w_0 C_e$ 、 w_0 ：沈降速度、添字 e は平衡状態での量を示す）から、浮遊砂の拡散係数に水深にわたって平均化された渦動粘性係数を代用すると $\Psi_e(\xi, \eta)$ は次のようになる。

$$\Psi_e(\xi, \eta) = C_a(\xi) \cdot w_0 \cdot \exp(-E\eta) \quad (4)$$

ここに、 C_a ：底面濃度、 $E = w_0/\varepsilon_s = (6/\kappa)(w_0/u_*)$ 、 κ ：Karman定数である。例えばEinsteinの考え方を適用すると平衡掃流砂量式から平衡状態での底面濃度は (w_0/u_*) の関数として推定することが出来る。このように局所的に平衡な場合の浮遊砂フラックスは容易に推定されるので、これから式(3)によって非平衡状態の浮遊砂フラックス分布 $\Psi(\xi, \eta)$ が求められる。とくに摩擦速度が $(u_{*0}$ から $u_{*1} = \beta u_{*0}$ へ) 急変する場合の浮遊砂フラックス分布の変化過程は次式で表される。

$$\Psi(\xi, \eta)/\Psi_{00} = \exp(-E_0\eta) \cdot \exp\{-\xi/\Lambda(\eta)\} + \gamma_c \exp(-\gamma_E E_0\eta) \{1 - \exp\{-\xi/\Lambda(\eta)\}\} \quad (5)$$

ここに、 $\Psi_{00} = \Psi_{e0}(0)$ 、 $\gamma_c = C_{ae1}/C_{ae0}$ 、 $\gamma_E = E_1/E_0 = 1/\beta$ である。図1はこの計算例を示すものである。 $\Psi = -\varepsilon_s(dC/dy)$ であるから、求められた浮遊砂フラックス分布を次のように積分することによって浮遊砂濃度分布が計算できる。

$$C(\xi, \eta) = \int_0^\eta \{\Psi(\xi, \zeta)/\varepsilon_s\} dz \quad (6)$$

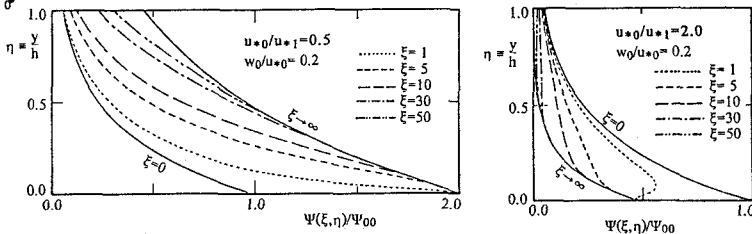


図1 摩擦速度の変化に伴う非平衡状態での乱れによる浮遊砂フラックスの分布

3. 河床及び水面での境界条件 式(6)を積分するに当たっての境界条件は次のとおりである。

$$C(\xi, \eta) = C_a(\xi); \quad C(\xi, 1) = \Psi(\xi, 1)/w_0 \quad (7)$$

$\Omega(\xi, \eta) \equiv [C(\xi, \eta) - C_a(\xi)] / C_{ae0}$ を定義すると、これは境界条件にかかわらず計算される。非平衡状態とはいえすでに $\Psi(\xi, \eta)$ は計算されているので $C(\xi, 1)$ は既知であるから、次式で絶対濃度分布の変化が求められる。

$$C(\xi, \eta) / C_{ae0} = \Omega(\xi, \eta) - \Omega(\xi, 1) + C(\xi, 1) / C_{ae0} \quad (8)$$

この計算例が図2に示される。絶対濃度分布が知られたので、逆に非平衡状態での底面濃度分布の変化は、

$$C_a(\xi) / C_{ae0} = -\Omega(\xi, 0) + C(\xi, 0) / C_{ae0} \quad (9)$$

のように知られる。図3はこうして計算された底面濃度の緩和過程の例である。平衡値の $\pm 5\%$ で定義した適合距離 (adaptation length) の計算結果は図4のとおりで、 $\beta = u_{*1} / u_{*0}$ が1.0から離れるに連れて、また (w_0 / u_{*0}) の小さいほど適合距離が長くなり、水深の数10倍から100倍程度になる。

以上のように非平衡状態の浮遊砂濃度の変化が記述されたが、最後に浮遊砂の連続式の関係から上記とは独立に底面濃度変化を求めて比較した。流れとしては等流を仮定し、水深 h 、断面平均流速 U が流下方向に変化しないとすると、 Δx 離れた (I), (II) 断面の水深平均された濃度をそれぞれ $\bar{C}_I, \bar{C}_{II}$ とすると流砂の連続式より、

$$(\bar{C}_{II} - \bar{C}_I)Uh = (C_{ae} - C_a)w_0\Delta x \quad (10)$$

であり、一方 $S(\xi) = \int_0^1 \Omega(\xi, \eta) d\eta$ を用いると、

$$\bar{C}_{II} - \bar{C}_I = C_{aII} - C_{a0}S_{II} - (C_{aI} - C_{a0}S_I) \quad (11)$$

である。式(10), (11)を等置し $\Delta x \rightarrow 0$ とすると次のように C_a についての微分方程式が得られる。

$$dC_a/dx = (C_{ae} - C_a)A + C_{a0}(dS/dx) \quad (12)$$

ここで、 $A \equiv (w_0 / u_{*0}) / \phi$ 、 ϕ : 流速係数である。上式は、右辺第2項の存在により、底面濃度の遷移過程も濃度分布の遷移過程の影響を受けていることを示している。図5には式(12)で計算される底面濃度の変化過程を示すが、破線で示すような濃度分布形の効果を無視した近似解に比べ応答が促進されていることがわかる。なお、この結果と水面境界条件を介して求めたものとは定量的にはずれがあり、その原因として式(10), (11)で断面平均を近似したことが考えられるが、詳細については今後の検討課題としたい。

4. あとがき 本研究では、粗度急変流で Reynolds 応力分布の緩和過程を対象として求められたインパルス応答を乱れによる浮遊砂のフラックス分布の遷移過程に適用して、非平衡浮遊砂濃度分布を計算する方法を提案した。また水面と河床での境界条件を検討し、底面濃度の応答も濃度分布の遷移過程の効果を大きく受けていることなどが明らかにされた。今後は、河床波のある場合の浮遊砂濃度分布などより工学的な問題にこうした考え方を適用してゆきたいと考える。

参考文献 辻本・Cardoso・斎藤：底面せん断応力が変化する開水路流れの特性，水工学論文集，第34巻，1990。

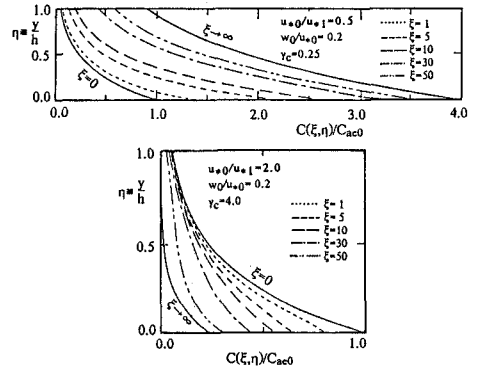


図2 摩擦速度の変化に伴う非平衡浮遊砂濃度分布

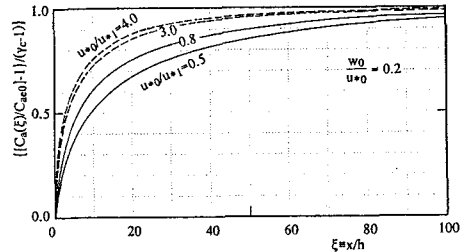


図3 水面境界条件から求めた非平衡状態での底面濃度変化

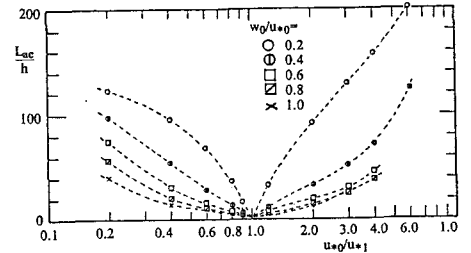


図4 底面濃度の適合距離

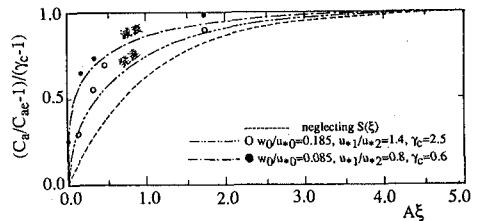


図5 連続式より求めた底面濃度変化