

## II-178

 $k$ - $\varepsilon$ モデルによる自由水面を持つ流れの数値計算

東北大学 大学院○ 邵 小敏  
 東北大学 工学部 田中 仁  
 東北大学 工学部 首藤伸夫

## 1. はじめに

乱流の数値計算に対する検討は多くなされているが、計算領域も未確定である自由水面をもつ流れに対する検討はまだ十分ではない。本研究では、有限要素法を用いて、自由水面形の決定、剪断応力などの計算を行い、これらの値と実験値とを比較する。

## 2. 基礎方程式と計算方法

計算に使用する方程式は標準 $k$ - $\varepsilon$ モデルによる二次元のReynoldsの方程式である。ここで、難点がいくつかある。一つは移流項の取扱である。例えば風上差分などを使用しないと、数値的振動の原因となる。ここでは、特性曲線法を使ったラランジュ・オウー混用手法を採用した。もう一つは、圧力の計算である。本計算では、圧力はSIMPLE法と呼ばれる方法で計算した。計算の初期条件としては、水面を適当に仮定し、他は等流の値を与えた。計算の格子点は水面の変化にともない、自動的に調整した。なお、層流の計算については、すでに文献<sup>1)</sup>に報告した。

## 3. 境界条件と自由水面条件の処理

上流では、水深 $h_0$ を与えて、 $u_1$ ,  $u_2$ ,  $k$ ,  $\varepsilon$ の分布を適当に仮定する。固体壁面上では、壁関数法を用いた。自由水面での境界条件は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \partial u_1 / \partial n = 0, \quad \partial u_2 / \partial n = 0, \quad p = 0, \\ \partial \varepsilon / \partial n = 0, \quad \partial k / \partial n = 0 \quad \dots\dots\dots (1) \\ \partial \eta / \partial t + u_1 \partial \eta / \partial x_1 = u_2 \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

計算領域の下端面は流れに直に設定し、ここで、等流となっているものとする。すなわち、

$$\partial u_1 / \partial n = 0, \quad \partial u_2 / \partial n = 0, \quad \partial \varepsilon / \partial n = 0, \quad \partial k / \partial n = 0 \quad \dots (3)$$

ただし、以上の式で $u_1$ ,  $u_2$ ,  $p$ ,  $\eta$ はそれぞれ水平流速、鉛直流速、圧力と水位である。

ここで特に問題となるのは自由水面の処理である。

水面形状が未知だからである。波形連続条件(2)は次のような風上差分で離散化する<sup>1)</sup>。

$$\eta_m^{k+1} = \eta_m^k + \Delta t u_{2,m}^{k+1/2} - \Delta t u_{1,m}^{k+1/2} w \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} w &= \frac{\eta_m^k - \eta_{m-1}^k}{X_m - X_{m-1}}, & (u_{1,m}^{k+1/2} \geq 0, \Delta t \leq \left| \frac{X_m - X_{m-1}}{u_{1,m}^{k+1/2}} \right|) \\ w &= \frac{\eta_{m+1}^k - \eta_m^k}{X_{m+1} - X_m}, & (u_{1,m}^{k+1/2} \leq 0, \Delta t \leq \left| \frac{X_{m+1} - X_m}{u_{1,m}^{k+1/2}} \right|) \end{aligned}$$

水面の近くで、粘性の影響を無視し、さらに圧力 $p$ を静水圧と仮定すれば、

$$u_{1,m}^{k+1/2} = u_{10,m}^k - g w \Delta t \quad \dots\dots\dots (5a)$$

$$u_{2,m}^{k+1/2} = u_{20,m}^k \quad \dots\dots\dots (5b)$$

が得られる。ただし、上式中の記号の意味するところを図-1に示した。

## 4. 計算結果と実験の比較

実験は、砂州崩壊途中の砂州形状をもとに作成した固定床模型を越える流れについて行った。その形状を図-2に示した。流速はLDV流速計で測定した。

## (1). 流量の比較

計算において流量は直接与えられないので、上流側で水面が滑らかな形状になるように調整した。実験値では $188 (\text{cm}^3/\text{s}\cdot\text{cm})$ 、計算の方は $196 (\text{cm}^3/\text{s}\cdot\text{cm})$ になった。相対誤差は4%であった。

## (2). 水面形の比較

図-2に、計算で得られた水面形と流速分布、及び実測された水位(丸印)を示す。底面に沿う数字は断

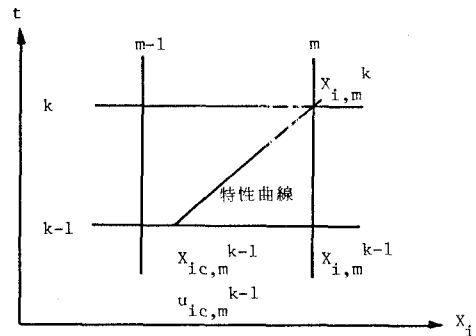


図-1 記号の説明図

面の場所を示す。計算値と実験値は断面24までほとんど一致しているが、そのあと、計算値の方が大きくなり、断面32で再び実験値と一致している。これは本モデルにおいて曲率の影響を考慮していないためであろう。

### （3）．流速の比較

流速の計算値（実線）と実験値（丸印）の比較を図-3に示した。縦軸は相対水深で、横軸は流速である。上の数字は実測値がある断面である。図-2において水深の適合度の悪い断面で、質量保存のため、計算流速が小さくなった。しかし、このような断面でも、壁近くでは誤差が小さい。

### （4）．摩擦速度の比較

摩擦速度は実用上重要なものである。ここで、計算値（実線）と実験値（丸印）の比較を行なう。図-4に結果を示す。縦軸が摩擦速度で、横軸は座標原点からの水平距離である。実測方法には、shear-plateなどを使う直接的な方法もあるが、この実験では、実測流速分布から対数則により間

接的に推定する方法を選んだ。基本的にいえば、計算の摩擦速度も対数則から計算したものなので、壁近くの流速分布が合えば、実験の値と一致するはずであるが、図において、 $80(\text{cm}) \leq x \leq 150(\text{cm})$  [断面でいうと、17から29の間]において、適度が悪い。これは、この辺りで曲率の効果が流速分布が変化していることに原因があるものと思われる。

### 5． 結論

（1）．本計算では、自由水面の修正も行なうことができた。その理由は式（5）を採用したことにある。

（2）．水面の幾何条件を使って、流量の計算を行なうことができた。

（3）．曲率の効果が大きくないところでは、底面摩擦速度をも精度良く計算できた。

参考文献： 1）．邵, 首藤 (1989): 東北地域災害科学研究, 第25巻, pp.47~52.

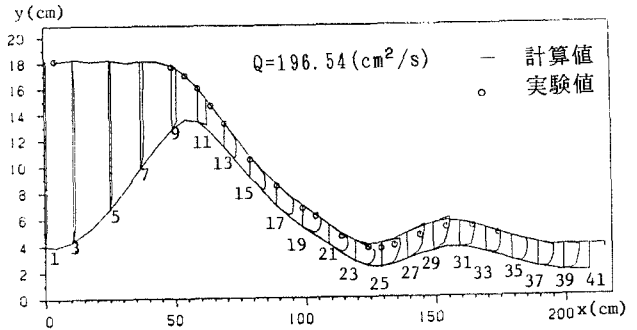


図-2 計算した自由水面

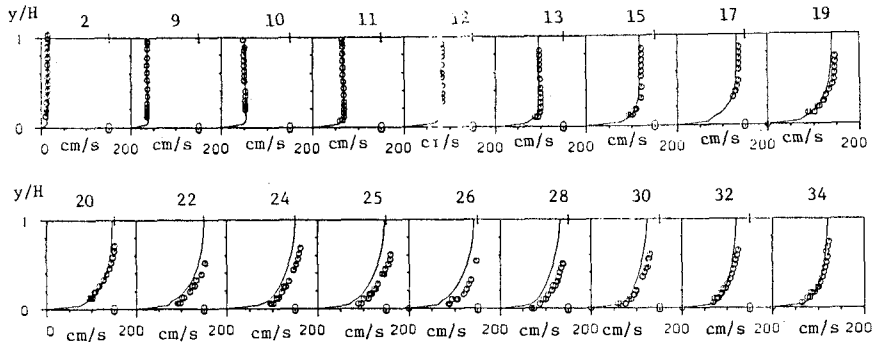


図-3 実測値がある断面での流速分布  
（— 計算値 ○ 実験値）

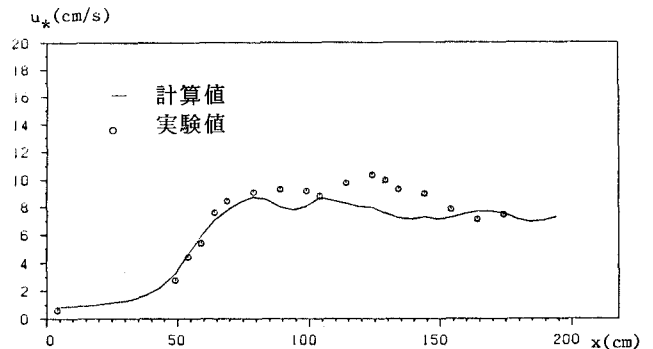


図-4 摩擦速度の変化