II-165

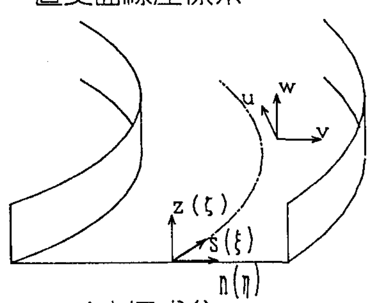
氾濫を伴う蛇行流の一次元計算法

N　T　T	正　員	川端　一嘉
東北大学工学部	正　員	石川　忠晴
東京工業大学大学院	学生員	太田　賢一
東京工業大学大学院	学生員	広兼　克憲

１．はじめに　従来の蛇行の発達に関する研究では、単断面水路の蛇行のみを対象にしている。しかし、実際の河川は氾濫を繰り返しながらその流路を変えてゆく。特に自然蛇行河川は数年に一度の洪水でも氾濫するので、河道形状の変化に支配的な影響を及ぼす洪水では大体氾濫していると考えた方が良いのではないかと思われる。したがって、蛇行の発達を論じる上で河川の氾濫を考慮することも必要であろう。そこで本研究では、氾濫を伴う蛇行流の一次元計算法について考察した。なお、今回は計算法の基礎的枠組みとその妥当性を検討するため、現象の明確な層流を対象とした。

２．一次元方程式の導出　計算に使用する座標系は図－１に示すような直交曲線座標系（ｓ，ｎ，ｚ）であり、微小項を無視した後の基礎方程式は２－１に示すとおりである。一次元方程式の導出にあたっては、横断面内で重み付き残差法を用いることとし、試験関数を２－２のように設定する。ここで、α1，α2，α3，α4，α5，α6は流れの３次元の程度を断面平均量として表すパラメータであり、α1は流れの水平方向の偏り、α2は鉛直方向速度分布の一様化、α3は２次流強度、α4は水路横断方向の水面勾配、α5は横断方向の平均流速、α6は河道を横切る流速に各々比例する量である。試験関数中の関数φ（ξ）は、ハーゲンポアズイユ流れの分布を表し、ψ（ξ）は２次流分布の近似式である。

直交曲線座標系



s, n, z：座標成分
ξ, η, ζ：無次元座標成分
u, v, w：流速成分

図－１

２－１　基礎方程式

$$u\frac{\partial u}{\partial s}+v\frac{\partial u}{\partial n}=g_{is}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$u\frac{\partial v}{\partial s}+v\frac{\partial v}{\partial n}=g_{in}+\frac{u^2}{r}+\nu\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

連続条件式

$$\frac{\partial u}{\partial s}+\frac{\partial v}{\partial n}+\frac{v}{r}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

２－２　試験関数

$$\frac{u}{u_0}=(1+\alpha_1\eta)\,\phi(\zeta)+\alpha_2\psi(\zeta)$$

$$\frac{v}{u_0}=\alpha_3\psi(\zeta)+\alpha_5(1-\eta^2)\phi(\zeta)+\alpha_6\phi(\zeta)$$

$$\frac{\Delta h}{h}=\frac{Fr^2}{2}\alpha_4 \qquad \begin{cases}\phi(\zeta)=\frac{3}{2}(2\zeta-\zeta^2)\\ \psi(\zeta)=6\left(\zeta-\frac{5}{2}\zeta^2+\frac{4}{3}\zeta^3\right)\end{cases}$$

これらの式を基礎方程式に代入し、表－１に示す重み関数を乗じて断面内で積分すると、α1～α5についてｓ方向変化を表す一次元方程式（式①～⑤）が導かれる。α6については氾濫原の流れをヘルショウ流れと仮定して式⑥が得られる。なお、α6＝０とした場合は単断面蛇行流を表す方程式形となる。また境界条件のうち底面と水面の条件は、φ（ξ）とψ（ξ）によって自動的に満足され、側岸の条件は境界残差をガラーキン方程式に加えることによって考慮されている。式①～式⑧を解くにあたり、各αを周期関数と仮定し、その振幅と位相差を未知数とする連立一次方程式に書き下し、それらを求めた。

主変数	方程式	重み関数
α1	s方向運動方程式	η φ
α2	s方向運動方程式	φ
α3	n方向運動方程式	φ
α4	連続条件式	φ
α5	n方向運動方程式	φ

表－１

一次元微分方程式

① $(1.029-0.271\alpha_2)\dot{\alpha}_1+(-0.271\alpha_1)\dot{\alpha}_2-1/3\alpha_4=-0.80\alpha_3+1.372\alpha_2\alpha_3-2R\alpha_1$

② $(-0.271\alpha_1)\dot{\alpha}_1+(0.781-0.171\alpha_2)\dot{\alpha}_2=-1.562\alpha_1\alpha_3+1.086\alpha_1\alpha_5-14.4R\alpha_2+1.628\alpha_1\alpha_6$

③ $(0.781-0.171\alpha_2)\dot{\alpha}_3+(-0.543+0.521\alpha_2)\dot{\alpha}_5=B/r(-0.814-0.271\alpha_1+1.562\alpha_2-0.171\alpha_2)-14.4R\alpha_3+(0.814-0.781\alpha_2)\alpha_6$

④ $(-0.543+0.521\alpha_2)\dot{\alpha}_3+1.646-0.434\alpha_2)\dot{\alpha}_5=4/3\alpha_4+B/r(2.057+0.411\alpha_1-1.086\alpha_2+0.521\alpha_2)-3.2R\alpha_5+(-2.057+0.543\alpha_2)\alpha_6-4.0R\alpha_6$

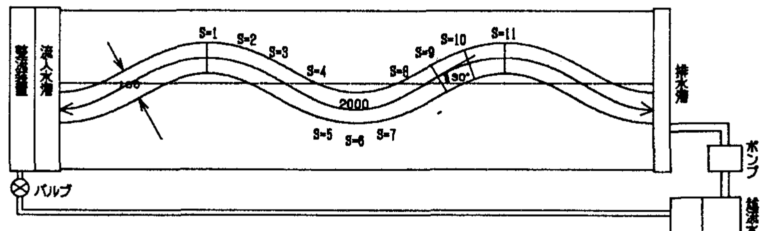
⑤ $\dot{\alpha}_1-0.75Fr^2(1.0-0.111\alpha_2)\dot{\alpha}_4=4\alpha_5$

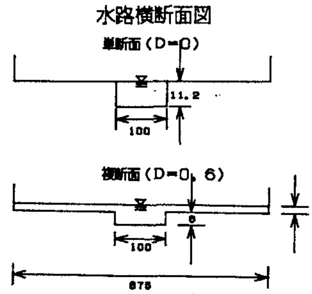
⑥ $\alpha_6=(d/h)^3\theta=(d/h)^3\theta_0\sin\sigma\xi$

⑦ $\dot{\alpha}_6=(d/h)^3(B/r)=(d/h)^3B/r\cos\sigma\xi \quad D=d/h$

⑧ $\sigma D^3\alpha_4+6R\alpha_6=0$

３．実験方法　実験装置を図－３に示す。水路軸線は最大偏角３０°のsine_generated_curveであり、実験条件は表－２に示すとおりである。実験は層流状態で行い、図－３中Ｓで示された位置で流速を測定した。





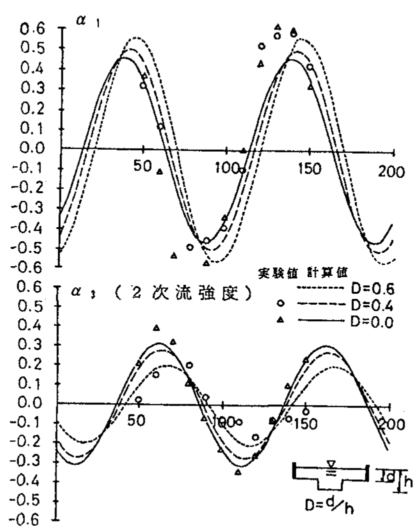
図－２

	単断面	複断面（Ｄ＝０．４）
流　量	４０．１　（ｃｃ／ｓ）	２９．５　（ｃｃ／ｓ）
平均流速	３．５８（ｃｍ／ｓ）	２．９５（ｃｍ／ｓ）
平均水深	１．１２（　ｃｍ　）	１．００（　ｃｍ　）
Ｒｅ数	３０８	２２７
Ｆｒ数	０．１０８	０．０９４
動粘性係数ν（１０℃）	０．０１３（ｃｍ²／ｓ）	０．０１３（ｃｍ²／ｓ）

※複断面のデータは低水路部のデータを表している。

表－２

４．実験結果と計算結果の比較　図－３に、蛇行流と氾濫蛇行流についての、計算値と実験値の比較を示す。ここで、Ｄ（＝ｄ／ｈ）は氾濫原水深ｄと河道水深ｈの比であり、氾濫の程度を表している。実験での氾濫蛇行流ではＤ＝０．４となっている。α１は主流の偏り具合（右岸に偏る場合を正）を表すパラメータ、α３は二次流強度を表すパラメータである。実験値、計算値とも、氾濫すると共に２次流強度の程度（α３）が減少し、その位相が遅れてきている。偏奇流速係数α１についてはあまり変化がみられない。全体的に見て、少々データの乱れがあるものの、氾濫による２次流強度の減少の様子がよく表されている。



図－３

５．今後の課題　今回検討した一次元解析法は、層流に対してはその妥当性が示されたが、実際の河川は乱流であるからここでの数式をそのまま用いることはできない。しかし、湾曲部における２次流は、その発生機構も主流との干渉機構も運動方程式中の移流慣性項のやりとりに帰着される。それゆえ、乱流と層流で本質的な差はない。したがって、速度分布の試験関数に乱流のそれを用いることにより同様の解析法を確立することは、それほど困難ではないと思われる。

参考文献　１）石川・金：湾曲部の２次流に関する基礎的研究　土木学会論文集　第375号II-6 1986.11