

II-163 山地河川蛇行流の構造

北大工 正員 森 明 巨
北大工 正員 板 倉 忠 興

1970年代後半から80年代前半にかけて、高速空気流の分野において衝撃波を含む流れの高精度計算法の基礎が確立された。これらの計算法の河川流への適用性が調べられている^{1)~5)}。本研究では図-1に示した直線部に蛇行部が接続した流路への適用性を調べた。また、線形理論との比較を通して標題について考察した。線形理論は Lenou⁶⁾の一定曲率弯曲流の理論を進展させたものであり、低面摩擦も考慮されている⁷⁾。

1. 基礎方程式と数値解法

不連続な流れ場を扱うために微分方程式を積分形に変換する。その解を弱解という。弱解は保存形で表された微分方程式を差分化することによって数値的に求めることができる。一般座標系での保存形の作り方には様々な方式がある。^{上掲}

Vinokur⁸⁾の方式を用いると(s,n)座標系での

浅水流式の保存形は(1)~(3)となる。

$$\frac{\partial r \cdot U h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left[\left(U^2 + \frac{P}{\rho} - \frac{\tau_{ss}}{\rho} \right) \cos \Delta \theta + \left(UV - \frac{\tau_{sn}}{\rho} \right) \sin \Delta \theta \right] h + \frac{\partial}{\partial n} r \cdot \left[UV - \frac{\tau_{sn}}{\rho} \right] h + r \cdot \frac{g n^2 q}{h^{1/3}} U + g h \frac{\partial Z}{\partial s} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial r \cdot V h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left[- \left(U^2 + \frac{P}{\rho} - \frac{\tau_{ss}}{\rho} \right) \sin \Delta \theta + \left(UV - \frac{\tau_{sn}}{\rho} \right) \cos \Delta \theta \right] h + \frac{\partial}{\partial n} r \cdot \left[V^2 + \frac{P}{\rho} - \frac{\tau_{nn}}{\rho} \right] h + r \cdot \frac{g n^2 q}{h^{1/3}} V + g h \frac{\partial Z}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial r \cdot h}{\partial t} + \frac{\partial h U}{\partial s} + \frac{\partial r \cdot h V}{\partial n} = 0 \quad (3)$$

ここに、 $r = r/r_0$ 、 r ：s座標曲線の曲率半径、 r_0 ：流路中央の r 、 Z ：河床高、 h ：水深、 P ：圧力、 P_2 ：河床の P 、 $\Delta \theta$ ：基準点からの水路偏角。

弱解は唯一ではない。物理的に妥当な解を得るためにエントロピー条件を満たす必要がある。これを満たす差分法は本質的に一次精度になるが、実用的には二次精度が必要である。このために様々な計算理論が展開されている。何らかの形で風上差分を用いたものが物理的合理性を有するが、プログラミングは必ずしも簡単ではない。ここでは取扱の容易な陽形式の「中央差分+人工粘性」の方式を取る。MacCormack法を用いる。これは初期の計算法であるが簡単さのため現在でも広く用いられている。人工粘性の導入には物理性が不足しており、その分あいまいさがあるが止むを得ない。人工粘性には MacCormack and Baldwin⁹⁾の次の方式を用いる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial s} = \varepsilon \Delta s^3 \left[\frac{|h_{ss}|}{4h} |a| U_s \right]_s$$

ε は常数で0.1とした。渦動粘性係数は $\nu_t = \kappa / 6 \cdot u \cdot h$ 。

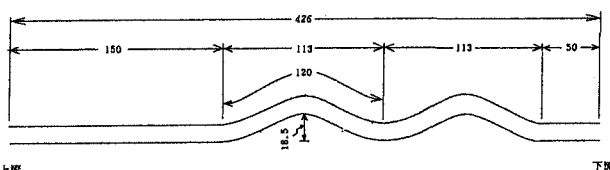


図-1

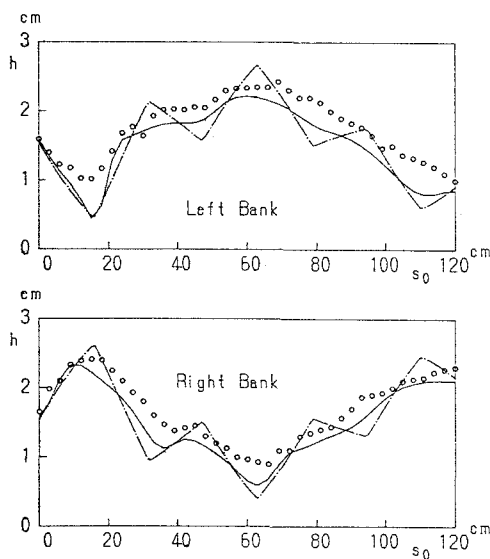


図-2

2. 実測値との比較

実験水路[図-1]の蛇行部は最大偏角28度、波長120cmの sine-generated-curve で、水路幅 12cm の矩形断面である。側面、底面ともに滑面である。実験条件は $Q=1.18\text{ l/sec}$ で、直線部の水深、フルード数、水路床勾配は $h_0=1.54\text{ cm}$ 、 $F_0=1.65$ 、 $I_0=0.0142$ である。

図-2は左、右岸 $s=0\sim 120\text{ cm}$ の水深である[以下本文図中の記号は、○: 実測値、実線: 非線形解(数値解)、一点鎖線: 線形解]。線形解はおおよその傾向を再現しているが、衝撃波の減衰の割合が実測値より小さい。数値解は全般に再現性が良好である。図-3、4は $s=0\sim 30\text{ cm}$ における縦、横断水深の細部の比較である。右岸 $s=10\text{ cm}$ 付近に射流→常流の遷移による衝撃波が発生している。この衝撃波の波面(最大水深の位置を↓で示した)は右岸付近では右岸にほぼ垂直である。右岸から離れるとともに下流側に傾く。線形解から推定される衝撃波最大水深の左岸到達点は $s\approx 32\text{ cm}$ であるが、実測値はこれよりかなり上流($s\approx 25\text{ cm}$)である。数値解では以上の急変現象の再現が良好である。線形解では不十分である。

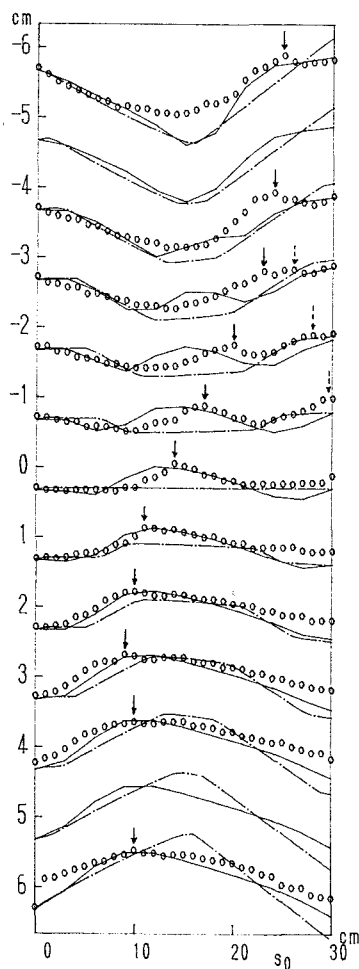


図-3

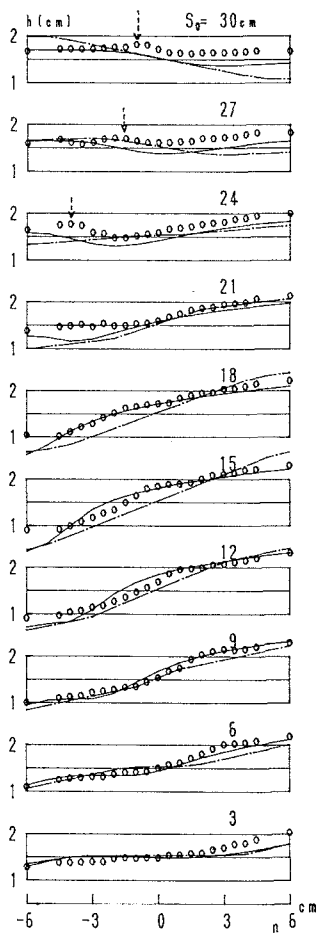


図-4

衝撃波の反射は非常に複雑な現象である。左岸付近にはこれに起因すると思われる数値解と実測値の違いが2点見られる。1) $s=15\text{ cm}$ を中心に計算値の水深が実測値よりかなり小さい。2) 図-3、4中、↓で示された右岸に向かう波動の再現が不十分。

3. おわりに

常・射流が混在する図-1の平面形(矩形断面)に対して MacCormack法は良好な再現性を示した。摩擦を考慮した線形解によりおおよその流れの構造を予測できることがわかった。衝撃波の入射点近傍の正確な再現は今後の課題である。筆者らは、衝撃波と境界層の相互干渉効果が大きな影響を与えているものと考えている。図-2において、数値解、線形解ともに全体的に実測値より水深が小さ目である。流向の測定結果によれば、常流とは異なる複雑な構造を持ったラセン流が発生しており、これらによる付加的な抵抗増加があるものと考えられる。これらの解析には三次元的取扱が必要である。

参考文献 1), 2) Fenema, Chaudhry: Jour. Hydrl. Res., NO.1, 1987, NO.3, 1989. 3) Garcia, Kahawita: Inter. Jour. Numer. Meth. in Fluid, 1986. 4) Jimenez, Chaudry: ASCE, HY4.1988. 5) Dammuller, Bhallamudi, Chaudhry: ASCE, NO.11, 1989. 6) Lenou: Proc. ASCE, EM1, 1981. 7) 平井康幸: 昭和63年度北大工卒論, 1989. 8) Vinokur: Jour. Comp. Physics. 1974. 9) MacCormack and Baldwin: AIAA paper75-1, 1975.

付記. 本実験は定木紳(清水建設)、平井康幸(北海道開発局)両君の修、卒で行われた。