

II-161 一定の河床横断勾配を持つ湾曲部の流れについて

東京工業大学大学院	学生員	太田賢一
東北大学	正 員	石川忠晴
N T T	正 員	川端一嘉
東京工業大学大学院	学生員	広兼克憲

1. はじめに 河道湾曲部では流れが三次元的になり、河床洗掘や河岸侵食が生じる。このため湾曲部の流れは河川工学の主要研究課題の一つとなっている。二次流の発達、減衰過程においては流れが三次元的であるためこれを厳密に求めるには三次元流れの計算を行わねばならない。しかし、それはかなり労力を要するので、河床変動計算とカップリングして河道の変形を追跡するような目的には（不可能ではないが）不向きである。そこで石川、金⁽¹⁾は三次元的な流れをいくつかの主要成分に分解してそれらの係数の

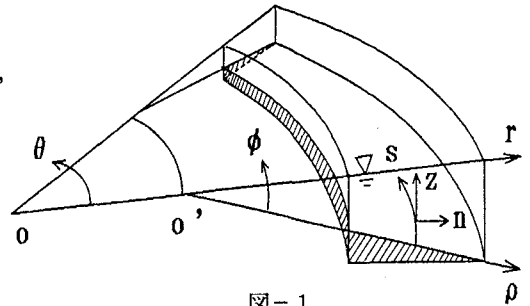


図-1

の流下方向変化を求める一次元的な計算法を矩形断面水路において検討している。本研究はその方法を発展させ、河床が横断勾配をもつ場合に適用したものである。湾曲部の二次流の発達と減衰は運動方程式の移流慣性項の非線形干渉によるものであり、層流と乱流で本質的に変わるところがない。それゆえ本研究では層流を取り扱った。

2. 計算式 基礎方程式は次の通りである。式中の β は河床横断勾配、 i_s は流下方向の動水勾配、 i_n は横断方向の動水勾配であり、他の変数は通常の表記法にしたがっている。

$$\begin{aligned} u \frac{u}{s} + v \frac{u}{n} + w \frac{u}{z} + \frac{uv}{r} &= g i_s + \nu \frac{u^2}{z^2} \\ u \frac{v}{s} + v \frac{v}{n} + w \frac{v}{z} + \frac{u^2}{r} &= g i_n + \nu \frac{v^2}{z^2} \\ \frac{u}{s} + \frac{v}{n} + \frac{v}{r} + \frac{v}{\rho} + \frac{w}{z} &= 0 \end{aligned}$$

上式を重み付き残差法で解くこととし、試験関数を次のように設定する。

$$\begin{aligned} u/u_0 &= \{ (1 - 1/6 h \beta \alpha_1) \eta \} \phi + \alpha_2 \Psi & \text{ここに } \phi &= 3/2 (2 \xi - \xi^2) \\ v/u_0 &= \alpha_3 \Psi + \alpha_4 \eta \Psi & \Psi &= 6 (\xi - 5/2 \xi^2 + 4/3 \xi^3) \\ w/u_0 &= h/B \alpha_4 \theta & \theta &= \int \Psi ds = 3 \xi^2 - 5 \xi^3 + 2 \xi^4 \end{aligned}$$

ここに α_1 は主流が横断方向に偏る度合を表すパラメーター、 α_2 は主流の鉛直方向の一様化を表すパラメーター、 α_3 は二次流強度を表すパラメーター、 β は河床横断勾配を表すパラメーターである。これらを(1)~(3)式に代入し、次のように重み関数を設定して、各パラメーターの流下方向変化を表す微分方程式を得た。

$$\begin{aligned} (1) \text{ 式についての重み関数 } \eta \phi, \Psi & \quad \text{但し } \xi : z \text{ 方向の無次元座標系} \\ (2) \text{ 式についての重み関数 } \Psi, \eta \Psi & \quad \eta : n \text{ 方向の無次元座標系} \\ (3) \text{ 式についての重み関数 } \Psi & \end{aligned}$$

結果は次の通りである。

$$\begin{aligned} 1.290 \alpha_1 &= -0.80 \alpha_3 + 1.372 \alpha_2 \alpha_3 + 0.258 \alpha_1 \alpha_6 - 1.257 \beta \alpha_2 \alpha_6 \\ &\quad - 2 R \alpha_1 + 3 \beta R + 2 R \beta \alpha_2 \end{aligned}$$

$$0.690\alpha_2 = -1.862\alpha_1\alpha_3 + 0.181\alpha_6 + 0.181\beta\alpha_3 + B/r(-0.690\alpha_3) - 14.4R\alpha_2$$

$$0.781\alpha_3 = 0.343\alpha_3\alpha_6 + B/r(-0.814 + 1.862\alpha_2) - 14.4R\alpha_3 - 4.8R\alpha_3$$

$$0.260\alpha_6 = B/r(-0.543\alpha_1 - 0.271\beta) - 4.8R\alpha_6 - 4.8R\beta\alpha_3$$

3. 実験結果との比較 図-2に示す幅10cm, 曲率半径35cmの単湾曲水路で実験を行い, 計算結果と比較した。河床横断勾配は+10%, 0, -10%とし, 平均水深はいずれも約1cmとした。図-3に α_1 についての結果を示す。case1, つまり外側が深くなっている場合は初めから主流が外側に集まっているので大きな変動はみられない。case2は, 河床に勾配がないので初めの値はゼロであり湾曲部に入るとともに増加（正方向が流れが外側に偏る事を表す。）していることがわかる。case3の場合は初めから主流が内側に偏っているのでマイナスの値を持ち, 湾曲部に入ると共に急激に増加し, その後湾曲が続く間では正の値で比較安定していることがわかる。

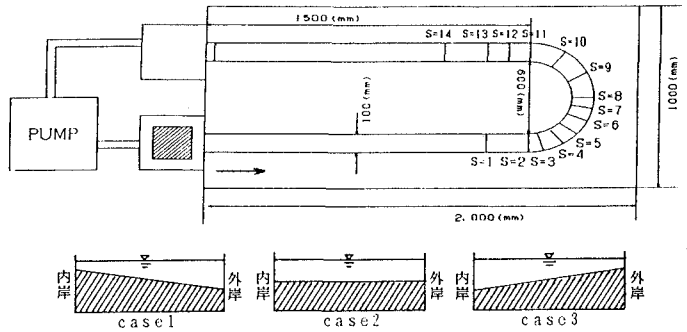


図-2

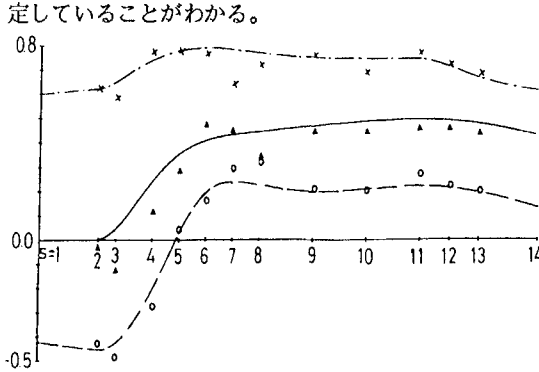


図-3

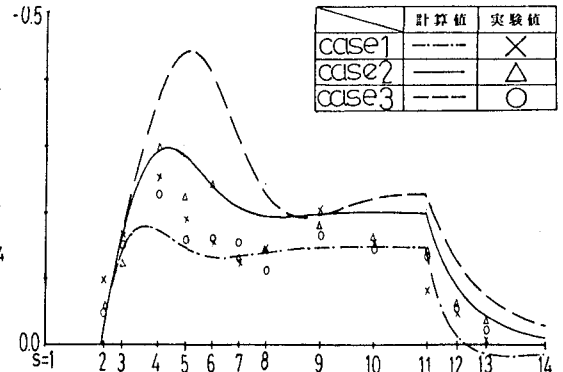


図-4

この α_1 に関しては計算と実測が非常に良く合っておりうまくモデル化が出来ている。図-4に α_3 についての結果をしめす。 α_3 を見てみるとどのケースも湾曲部に入ってその値を増加させ, あるピークをもち減衰した後湾曲部内では安定し湾曲部が終わると共に急激に減衰している。図からわかるように, case 3, つまり内側が深くなっている場合に計算値がかなり大きいことがわかる。この原因は, 二次流の鉛直分布の試験関数が, 図-5に示す様に, 計測された鉛直分布とかなり違った形であることによると推測される。

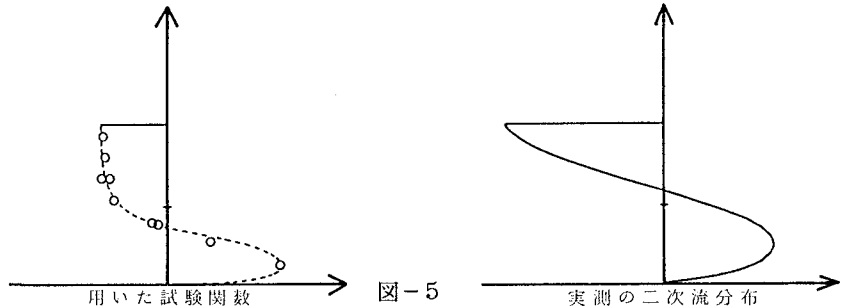


図-5