

II-150 不整な河道の河床変動計算について

徳島大学工学部 正員 岡部健士
徳島大学大学院 学生員 ○岩根定利

1. まえがき： 一次元河床変動の数値計算法は最近非常に進歩したが、山地河川などのように河道の形状が不整で、常流と射流の遷移が不特定の場所で頻繁に生じる場合の計算では、数値不安定の解消や断面形状の数値的取り扱いにおいて現在もかなり苦労させられている。数値不安定の原因としては、流れの解が必ずしも連続して的確に求められないことや流れの遷移が生じる区間における土砂の連続式の差分法として適当なものがないことなどが挙げられる。本報告では、いわゆる片押し方式の河床変動計算法をさらに実用化するための二、三の試みについて述べる。

2. 河道横断面形状の数値表現：

河道横断面形状は、測量結果をそのまま座標値の形式で入力することが多いが、流れや流砂の運動方程式に含まれている曖昧さなどを考慮すれば、それは必ずしも予測の厳密さをもたらさない。例えば、図-1のような横断面形の数値表現は、適当な基準面 z_0 からの鉛直座標 y における河道幅 B を、

$$B = B_o + B_l + B_r,$$

$$= B_o + (\alpha_l y + \beta_l y^2) + (\alpha_r y + \beta_r y^2) \quad (1)$$

のように表示するだけでも十分と思われる。ここに、 B_o ： z_0 における河道幅、 B_l 、 B_r ：左、右側岸の傾斜による河幅の増加量、 α 、 β ：左右の側岸の線形から決まる回帰係数で、添字 l 、 r は左右岸の区別を表す。(1)式による場合、流れの断面積 A は、

$$A = B_o h + \alpha / 2 \cdot \{(h + z_B)^2 - z_B^2\} + \beta / 3 \cdot \{(h + z_B)^3 - z_B^3\} \quad (2)$$

ただし、 $\alpha = \alpha_l + \alpha_r$ 、 $\beta = \beta_l + \beta_r$ 、 h ：流れの水深、 z_B ： z_0 からの河床高さ、である。また、潤辺の長さ S は、解析的な手順を通して以下のように表示される。

$$\begin{aligned} S &= B_B + \int_{z_B}^{z_B+h} \sqrt{1 + (d B_l / d y)^2} dy + \int_{z_B}^{z_B+h} \sqrt{1 + (d B_r / d y)^2} dy \\ &= B_B + 2 \cdot \int_{z_B}^{z_B+h} \sqrt{\beta_l^2 y^2 + \alpha_l \beta_l y + (\alpha_l^2 + 1)/4} dy + 2 \cdot \int_{z_B}^{z_B+h} \sqrt{\beta_r^2 y^2 + \alpha_r \beta_r y + (\alpha_r^2 + 1)/4} dy \end{aligned} \quad (3)$$

上式の積分項の表示は、例えば第2項の不定積分 I ならば、下記のようになる。

$$I = (2\beta_l^2 y + \alpha_l \beta_l) / (2\beta_l^2) \cdot \sqrt{\beta_l^2 y^2 + \alpha_l \beta_l y + (\alpha_l^2 + 1)/4} + 1 / (4\sqrt{\beta_l^2}) \cdot \log_e \left| \sqrt{\beta_l^2 y^2 + \alpha_l \beta_l y + (\alpha_l^2 + 1)/4} + \sqrt{\beta_l^2 y + \alpha_l \beta_l} / (2\sqrt{\beta_l^2}) \right| \quad (4)$$

2. 不等流計算： 不等流計算の基礎式は、抵抗則として Manning 式を用いる場合、

$$\partial / \partial x \{ Q^2 / (2g A^2) + h + z \} = -n^2 Q^2 / (R^{4/3} \cdot A^2) \quad (5)$$

となる。ここに、 Q ：断面内の流量、 R ：径深、 n ：Manning の粗度係数、 g ：重力の加速度、 z ：河床高さ、 x ：流れ方向の座標、である。(5)式を、距離 Δx 離れた2断面間で離散化すると、

$$\begin{aligned} \{Q^2 / (2g A_{i+1}^2) + h_{i+1} + z_{i+1}\} - \{Q^2 / (2g A_i^2) + h_i + z_i\} \\ = 1/2 \cdot (n^2 Q^2) \{1 / (R_{i+1}^{4/3} \cdot A_{i+1}^2) + 1 / (R_i^{4/3} \cdot A_i^2)\} \Delta x \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、添字 i は、下流から順に付けた断面番号を表す。河道形状が不整な河川の計算では、支配断面をあらかじめ予測することが重要である。これに対しては、石川¹⁾が提案した方法が有用であろう。ただし、支配断面が設定した離散断面に位置する保証はないので計算が不能になる断面が現れることが多い。この場合には、従来からの便法と同様に等流を仮定するしかない。また、異なる支配断面からの水面線がある断面で重複する場合には、最大の水深を採用すればよからう。

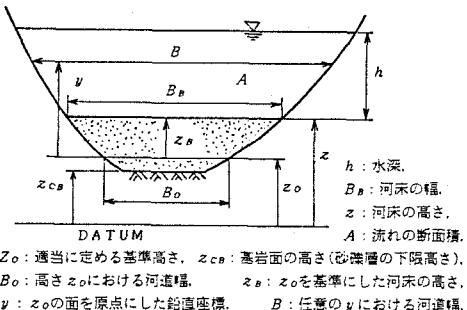


図-1 河道横断面形状の模式図

z_0 ：適当に定める基準高さ、 z_{CS} ：基岩面の高さ(砂礫層の下限高さ)、 B_o ：高さ z_0 における河道幅、 z_B ： z_0 を基準にした河床の高さ、 y ： z_0 の面を原点にした鉛直座標、 B ：任意の y における河道幅。

3. 河床変動の計算：

河床変動量の計算の基礎式はつきのようである。

$$\partial z / \partial t + 1/(1-\lambda) / B_B \cdot \partial Q_T / \partial x = 0 \quad (7)$$

ここに、 Q_T ：断面内の総流砂量、 B_B ：河床の幅、 λ ：河床の空げき率、 t ：時間である。一般に、本式の離散化は、河床擾乱の伝播方向を考慮して、下記のようになされる。すなわち、 \overline{B}_B を平均河幅として、

$$\text{常流: } \Delta z_i / \Delta t + 1/(1-\lambda) / \overline{B}_B \cdot (Q_{Ti} - Q_{Ti+1}) / \Delta x = 0 \quad (8-a)$$

$$\text{射流: } \Delta z_i / \Delta t + 1/(1-\lambda) / \overline{B}_B \cdot (Q_{Ti-1} - Q_{Ti}) / \Delta x = 0 \quad (8-b)$$

しかし、条件によっては、図-2に示すように、隣合う2断面間で流れの遷移が生じることがあり、このときには(8-a)、(8-b)式の適合性がかなり悪くなる²⁾。それらに代わるものとして、流れの遷移が生じている2断面間の河床変動量の計算値 Δz_c を、Froude数に基づいて双方の断面に振り分ける方法を提案したい。すなわち、支配断面が生じる場合には、

$$\text{上流側の断面に, } (F_{Rd}^2 - 1) / (F_{Rd}^2 - F_{Ru}^2) \cdot \Delta z_c \quad (9-a)$$

$$\text{下流側の断面に, } (1 - F_{Ru}^2) / (F_{Rd}^2 - F_{Ru}^2) \cdot \Delta z_c \quad (9-b)$$

を加算し、跳水が発生する場合には、

$$\text{上流側の断面に, } (F_{Ru}^2 - 1) / (F_{Ru}^2 - F_{Rd}^2) \cdot \Delta z_c \quad (9-c)$$

$$\text{下流側の断面に, } (1 - F_{Rd}^2) / (F_{Ru}^2 - F_{Rd}^2) \cdot \Delta z_c \quad (9-d)$$

を加算する。この方法は、理論の裏付けを持つものではないが、土砂の連続条件は保証されている。

4. 計算例：図-3に、河幅と河床勾配がかなり著しく変化し、下流端にダムを持つ河道について実施した計算の結果を示す。河道の横断形状については、全断面で $\alpha_l = \alpha_r = 1.0$ 、 $\beta_l = \beta_r = 0.02$ と仮定した。初期状態での河床材料の粒度分布を全断面において図-4のように設定し、図-5のようなハイドログラフの洪水を5回通水した。下流端では水位を13.0mに固定し、上流端の断面では河床位と勾配を固定し、この断面の等流に対する平衡流砂量を上流からの供給土砂量とした。各断面の掃流砂量、浮遊砂量の計算では、粒径を10階級に分割し、それぞれ芦田・道上式、道上式を用いて求めた。河床交換層の粒度変化の計算には平野式を用いた。

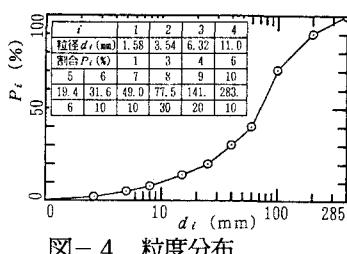


図-4 粒度分布

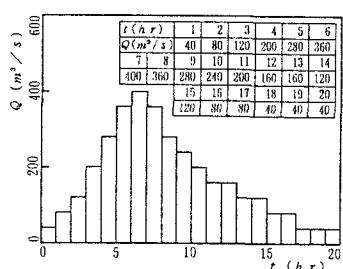


図-5 ハイドログラフ

[参考文献] 1)石川:土木技術資料, 第25巻3号, 1983 , 2)道上・藤田・前田:水工論文集, 第34巻, 1990.

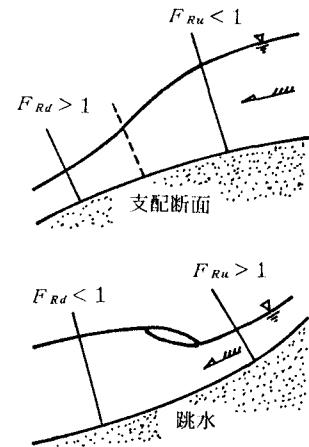


図-2 参照図

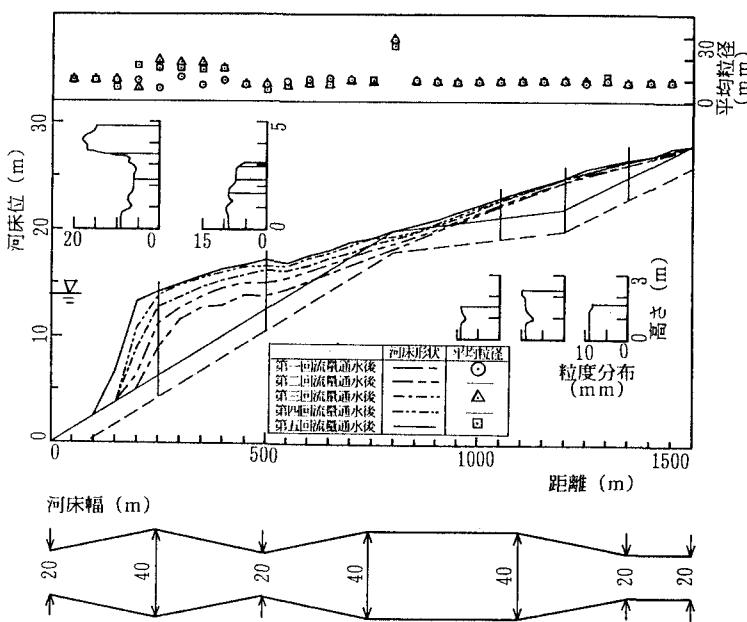


図-3 計算結果