

II-141 空間的一様場の非定常流れによる掃流過程のモデル化

京都大学大学院 学生員 後藤仁志

京都大学工学部 正 員 中川博次

京都大学大学院 学生員 仙波 克

1. まえがき 移動床現象の素過程は確率的かつ離散的な砂粒子の運動であることを考えると、移動床系を個々の砂粒子の運動の重畳として表現することは、現象の本質に忠実な取扱いと言うことができる。この様な観点から空間軸上の非平衡掃流過程を取り扱ったのが、中川・辻本¹⁾の非平衡流砂モデルであり、流砂の非平衡性に起因する種々の現象に対する効果的なアプローチとして知られている。ところで、現実の移動床系の多くは非定常性を伴っているから、実現象のより忠実な記述には、時空間的非平衡性を記述し得る流砂モデルが必要となる。本研究ではその手始めとして、中川・辻本モデルに見られる重畳積分型の表現を時間軸上で展開し、空間的には一様で時間的には非定常な掃流過程のstochastic modelによる記述を試みるものである。

2. 時間軸上に展開された非平衡掃流砂モデル 空間的に非一様・時間的に定常な場合の局所掃流砂量式及びdeposit rate式は、中川・辻本モデルにより次式で与えられる。

$$q_B(x) = \frac{A_3 d}{A_2} \int_0^\infty p_s(x-\lambda) \int_\lambda^\infty f_B(\eta | x-\lambda) d\eta d\lambda \dots (1) ; p_d(x) = \int_0^\infty p_s(x-\lambda) f_B(\lambda | x-\lambda) d\lambda \dots (2)$$

ここに、 A_2, A_3 は、2次元、3次元の形状係数、 d は砂粒子の粒径、 $p_s(x)$ はpick-up rate、 $f_B(\eta | x)$ は位置 x でpick-upされた砂粒子のstep length η の確率密度関数である。

一方、空間的には一様で時間的に非定常な場合の掃流過程は、式(1)、(2)を時間軸上で展開した形式で書けて、時刻 t の瞬間掃流砂量式及びdeposit rate式は次式で与えられる。

$$q_B(t) = \frac{A_3 d}{A_2} \int_0^\infty p_s(t-\tau) \int_\tau^\infty f_T(\xi | t-\tau) u_s(\xi | t-\tau) d\xi d\tau \dots (3)$$

$$p_d(t) = \int_0^\infty p_s(t-\tau) f_T(\tau | t-\tau) d\tau \dots (4)$$

ここに、 $p_s(t)$ は時刻 t のpick-up rate、 $f_T(\xi | t)$ は、時刻 t にpick-upされた砂粒子のmoving periodが ξ である確率密度関数、 $u_s(\xi | t)$ は、時刻 t にpick-upされた砂粒子の時間 ξ 後の移動速度である。

流砂量式について見ると、空間的に一様・時間的に非定常な場合の掃流過程は砂粒子の移動速度が入ってくる点で、空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流過程と異なった表現となっているが、deposit rate式においては、空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流過程と空間的に一様・時間的に非定常な場合の掃流過程とは同様に表現され、前者のstep lengthが、後者のmoving periodに対応している。

3. 実験的検討 実験は、上下流端に一方向流の流出入口を有するアクリル製の重力式U字管振動流装置(図-1)を用いて行われた。Ball valveを閉めた状態でU字管の鉛直部に水位差を設定し、valveを瞬時に開けて振動流を発生させた。計測の対象としたのは、減衰の影響の少ない第1波目の半周期の部分である。水路水平部の移動床区間のほぼ中央 20cm×20cmの領域を上方からビデオカメラで撮影して砂粒子の移動状況を記録し、ビデオ画像から砂粒子の移動開始時刻と運動軌跡を読み取ることで種々の特性量を把握した。実験条件を表-1に示す。なお実験の範囲では、砂粒子の運動は各周期毎に完結し、何周期にも亘って継続的に運動する砂粒子は見られなかった。実験から求められたpick-up rateとdeposit rateの時間変化特性を図-2に示す。

まずmoving periodの確率密度関数(PDF)を実験結果から検討する。moving periodの移動開始時刻の条件付きPDF(実測例:図-3)を式(5)で近似する。

$$f_T(t | \xi) = \frac{1}{t_p/2 + T_m(\xi)} \frac{t}{t_p} \quad (\text{for } 0 < t \leq t_p) ; f_T(t | \xi) = \frac{1}{t_p/2 + T_m(\xi)} \exp\left[-\frac{t - t_p}{T_m(\xi)}\right] \quad (\text{for } t_p < t) \quad (5)$$

ここに、 T_m ($T_m(\xi) = T_0 \exp(-\xi/T_0)$ と近似)は移動開始時刻 ξ での平均moving period、 T_0 は $\xi=0$ における

T_m , T_c は T_m の移動開始時刻と軸上での平均値, t_p は分布がピークをとる時刻である。パラメータは T_0, T_c, t_p の決定法について概念的に示したのが図-4である。moving periodのPDFは移動継続時間 τ と移動開始時刻 ζ との同時確率密度関数として定義され, この同時確率密度関数を $\zeta = \zeta_0$ 平面で切った切り口 (図-4(a)) が移動開始時刻 ζ_0 の条件付きPDFとなっており, ここにおいて t_p が定義される。また, 図-4(b)の $\zeta - T_m$ 平面に示されているのが, 移動開始時刻 ζ 別の平均moving period $T_m(\zeta)$ であり, これを ζ 軸方向に平均化すると T_0 が求められる。この関係を調べたのが図-5であるが, 指数分布近似は概ね良好で, ここから T_0, T_c が与えられる。pick-up rate を位相 $0 \sim \pi/2$ の間だけsin型の分布で与え, 式(4)を数値積分すると, 図-6のようなdeposit rateが得られる。計算結果 (図-6) は, 実験結果 (図-2) にみられる(i)両分布の交点の降下と(ii)両分布のピーク間のlagの増加について良好に再現しており, pick-up rateからdeposit rateへの変換過程は, 本モデルにより少なくとも定性的に記述可能であることが示された。

4. あとがき 本研究では, 時間軸上に展開された掃流過程のstochastic modelを示し, 振動流・一方向流共存場における実験結果を通じて, 空間的一様性を伴う非定常流下の掃流過程の記述に対する本モデルの有効性について検討した。今後は, 実験データの収集に努めるとともに, モデル化の検討を更に進めたい。

参考文献 1) 中川・辻本:土木学会論文報告集,第244号,1975. ($\times 10^{-4}$)

表-1 実験条件

Run	水頭差H (cm)	一方向流の平均流速 u_c (cm/sec)	振動流の流速振幅 U (cm/sec)	流速比 U/u_c	周期T (sec)
1	7.0	18.0	32.81	1.82	4.0
2	10.5	18.0	41.01	2.28	4.0

注) U は粒子に作用する流速振幅の代表値($y=d/2$ における値)

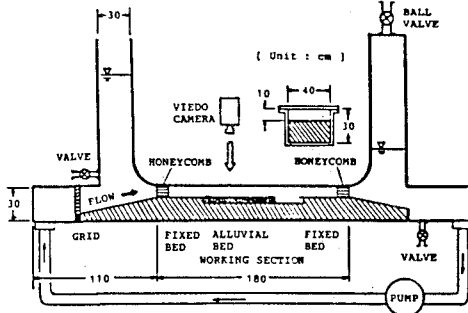


図-1 実験装置

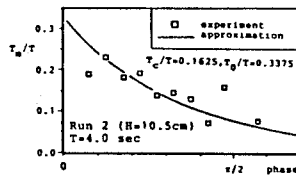
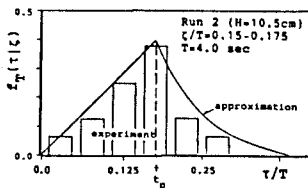


図-3 moving periodの条件付きPDF 図-5 平均moving period

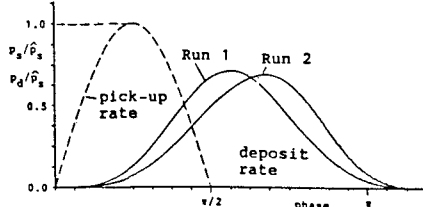


図-6 計算結果

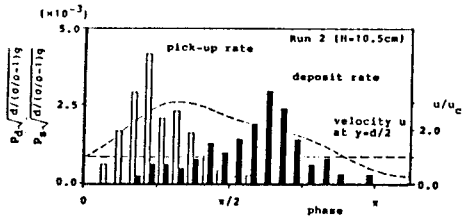
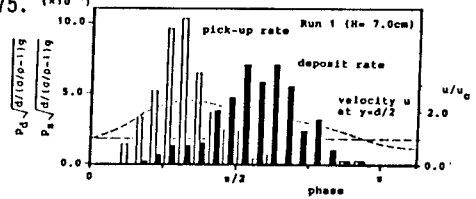


図-2 pick-up rateとdeposit rateの時間変化特性

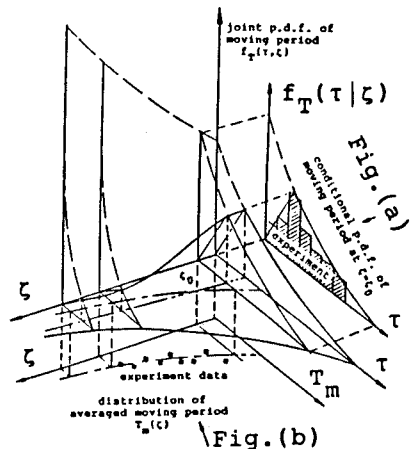


図-4 moving periodの概念図